20 درجة في الوزاري

1 الاسئلة الوزارية حول القطع المكافئ

س/ جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل ومحوره محور السينات ويمر بالنقطة (1,4) ثم جد معادلة المماس له عند تلك النقطة.

sol :

بما أن النقطة تقع في الربع الأول وبؤرة القطع المكافئ تقع على محور السينات فان معادلته معادلة القطع المكافئ

(2/2004)

$y^2 = 4px \quad \rightarrow 16 = 4p$

$\rightarrow p = 4 \quad \rightarrow y^2 = 16x$

$2yy' = 16 \quad \rightarrow y' = \frac{8}{y}$

$\rightarrow m = \frac{8}{4} = 2$ ميل المماس للمنحني

نقطة التماس(1,4)

$(y - y_1) = m(x - x_1)$

$\rightarrow (y - 4) = 2(x - 1)$ معادلة المماس

س/ جد قيمة A وبؤرة ودليل القطع المكافئ الذي معادلته $Ax^2 + 4y = 0$ والمار بالنقطة (1 , 1)

sol :

$\because$ النقطة (1 , 1) تنتمي للقطع المكافئ

$Ax^2 + 4y = 0$

$A(1)^2 + 4(1) = 0$

$A + 4 = 0 \Rightarrow A = -4$

نعوض قيمة A في معادلة القطع المكافئ

(3/2020)

$-4x^2 + 4y = 0$

$-4x^2 = -4y \,] \div -4$

$x^2 = y$

$x^2 = 4py$ بالمقارنة بالمعادلة القياسية

$4p = 1 \Rightarrow p = \frac{1}{4}$ البؤرة تنتمي لمحور الصادات الجزء الموجب

$\therefore$ البؤرة $F\left(0, \frac{1}{4}\right)$

$\therefore$ معادلة الدليل $y = \frac{-1}{4}$

س/ جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل ويمر بالنقطتين (3 , 6) ,(−3 , 6) ثم جد معادلة دليله.

sol :

بما أن النقطتان تقعان بالربعين الاول والثاني في بؤرة القطع المكافئ تقع على المحور الصادي الموجب

(1/2006)

$x^2 = 4py$

$\rightarrow F(0, \frac{3}{8})$ البؤرة $\rightarrow y = -\frac{3}{8}$ الدليل معادلة

$9 = 24p \rightarrow p = \frac{3}{8}$

$x^2 = 4(\frac{3}{8})y \quad \rightarrow x^2 = \frac{3}{2}y$ معادلة القطع المكافيء

س/ جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل ويمر بالنقطتين (1 , 3),(1 , -3) ثم جد معادلة دليله.

sol :

بما أن القطع المكافئ يمر بنقطتين تقعان في الربعين الأول والرابع فان بؤرته تقع على محور السينات الموجب

$y^2 = 9x \quad \rightarrow y^2 = 4py$ معادلة القطع المكافيء

$\rightarrow 9 = 4p \quad \rightarrow p = \frac{9}{4}$

(2/2006)

$F(P, 0) = (\frac{9}{4}, 0)$ البؤرة

$X = -P \rightarrow X = -\frac{9}{4}$ معادلة الدليل

س/ جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل وبؤرته الانقلاب للدالة $f(x) = (x-1)^3$

sol :

(1/2007 "خارج القطر")

$f(x) = (x-1)^3$

$f'(x) = 3(x-1)^2$

$f''(x) = 6(x-1)$

$6(x-1) = 0 \quad \rightarrow \quad x = 1 \quad \rightarrow \quad f(1) = 0$

$\rightarrow (1,0)$ نقطة الانقلاب وهي بؤرة القطع المكافيء

$P = 1$

$y^2 = 4px$

$y^2 = 4x$ معادلة القطع المكافيء

س/ قطع مكافئ معادلته $\frac{1}{4}y^2=hx$ دليله يمر بالنقطة $(-6,3)$ جد قيمة h

sol :

$\frac{1}{4}y^2 = hx \quad \to y^2 = 4hx$ البؤرة تقع على محور السينات

$x=-6$ معادلة الدليل $f(6,0)$ بؤرة القطع المكافىء

$p=6$

(2008/" تمهيدي")

$y^2=4px$

$\to y^2=24x \quad , \quad y^2=4hx$

$\to 4h=24 \quad h=6$

س/ أوجد قيمة A وبؤرة ودليل القطع المكافئ الذي معادلته : $Ax^2+8y=0$ والمار بالنقطة $(2,1)$

sol :

النقطة (2,1) تحقق المعادلة

$A(2)^2+8(1)=0 \quad \to 4A+8=0 \quad \to A=-2$

$-2x^2=-8y\ ] \div -2$

(1/2001)

$x^2=4y$

$\to x^2=4py \quad \to 4p=4 \quad \to p=1$

$F(0,p)=(0,1)$ بؤرة القطع المكافىء ,

$y=-p \quad ,y=-1$ معادلة الدليل

س/ قطع مكافئ معادلته $Ax^2+8y=0$
يمر بالنقطة $(1,2)$ جد قيمة A,
ثم جد بؤرة ودليل القطع المكافىء مع الرسم

sol :

النقطة (1,2) تحقق المعادلة

$A(1)^2+8(2)=0 \quad \to A+16=0$

$\to A=-16$

$-16x^2+8y$

(2018/" تمهيدي")

$16x^2=8y \div 16$

$x^2=\frac{1}{2}y \ , \quad \to x^2=4py \quad \to 4p=\frac{1}{2}$

$p=\frac{1}{8}$

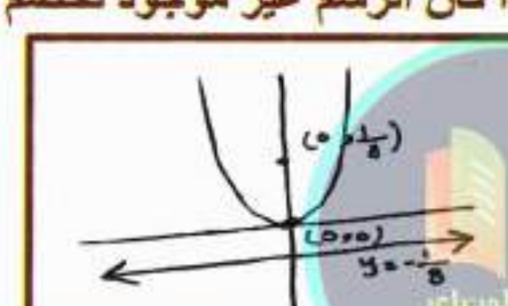
(1/2019 " تطبيقي")

$F(0,\frac{1}{8})$ بؤرة القطع المكافىء

(2020/" تمهيدي"تطبيقي")

$y=\frac{-1}{8}$ معادلة الدليل

ملاحظة/ اذا كان الرسم غير موجود تخصم درجتان من الطالب



س/ جد معادلة القطع المكافىء الذي رأسة نقطة الاصل
وبؤرته على محور السينات والمسافة
بين البؤرة والدليل تساوي 8 وحدات.

sol :

$2p=8 \quad \to p=4$

∵ البؤرة على محور السينات هنالك احتمالان

(1) الاحتمال الاول البؤرة $(4,0)$

$y^2=4px \quad \to y^2=4(4)x \to y^2$

$=16x$ معادلة القطع المكافىء

(2) الاحتمال الثاني البؤرة $(-4,0)$

$y^2=-4px$

(2/2016"خارج القطر")

$\to y^2=-4(4)x$

$\to y^2=-16x$ معادلة القطع المكافىء

س/ جد معادلة القطع المكافئ الذي دليله يمر بالنقطة
$(-2,5)$ والرأس في نقطة الاصل
علما ان بؤرته تنتمي لاحد المحورين .

sol :

اذا كانت البؤرة ∋ محور السينات

معادلة الدليل / $x=-2 \Rightarrow F(2,0) \Rightarrow p=2$

$y^2=4px$

(2021/" تمهيدي"تطبيقي")

$y^2=4(2)x$

$y^2=8x$ معادلة القطع المكافئ

اذا كانت البؤرة ∋ محور الصادات

معادلة الدليل / $y=5 \Rightarrow F(0,5) \Rightarrow p=5$

$x^2=-4py$

$x^2=-4(5)y$

$x^2=-20y$ معادلة القطع المكافئ

س: جد احداثي البؤرة والراس ومعادلتي كلا من الدليل والمحور للقطع المكافئ الذي معادلته $8y+7=x^2+2x$.

Sol:

$8y+7=x^2+2x$

$8y+7+1=x^2+2x+1$

$8y+8=x^2+2x+1 \rightarrow 8(y+1)=(x+1)^2$

$(x+1)^2 = 8(x+1)$

$(x-h)^2=4p(y-k)$ بالمقارنة مع

$h=-1, k=-1 \quad , o=(-1,-1)$

$4p=8 \rightarrow p=2$

$F(h,k+p) \rightarrow F(-1,-1+2)$

$\therefore \quad F(-1,1)$ البؤرة

("2/2017"تطبيقي)

$Y=k-p$

$Y=-1-2 \rightarrow y=-3$ معادلة الدليل

$X=h \rightarrow x=-1$

س: قطع مكافئ رأسه نقطة الاصل معادلته $Ay^2=(3A-4)x$ جد $A\in R$ اذا كان الدليل يمر بالنقطة $\left(\frac{-1}{4},3\right)$

sol :

الدليل يمر بالنقطة $\left(\frac{-1}{4} \text{ و } 3\right)$

من المعادلة المعطاة فان البؤرة على محور السينات الجزء الموجب

الدليل $\rightarrow p=\frac{1}{4} \Leftarrow x=\frac{-1}{4}$

$Ay^2=(3A-4)x$

("2/2020"احيائي)

$y^2=\frac{(3A-4)}{A}$

$y^2=4px$ بالمقارنة

$4p=\frac{3A-4}{A}$

بالتعويض عن $P=\frac{1}{4} \Leftarrow$

$\Rightarrow 4\left(\frac{1}{4}\right)=3-\frac{3}{A}$

$\Rightarrow \frac{4}{A}=3-1$

$2A=4$

$A=2$

س: جد البؤرة والرأس ومعادلتي المحور والدليل للقطع المكافئ الذي معادلته $x^2+6x-y=0$

Sol:

$x^2+6x-y=0$

$x^2+6x=y$ باضافة 9 للطرفين

$x^2+6x+9=y+9$

("1/2020"تطبيقي)

$(x+3)^2=(y+9)$

نقارن بالصيغة القياسية

$(x-h)^2=4p(y-k)$

$h=-3 \quad , \quad k=-9$

$\therefore \ \bar{O}\,(-3,-9)$ احداثيا الرأس بعد الانسحاب

$4p=1 \Rightarrow p=\frac{1}{4}$

$\bar{F}\,(h,p+k) \Rightarrow \bar{F}\left(-3,-9+\frac{1}{4}\right)$

$\left(-3,\frac{-35}{4}\right)$ احداثيا البؤرة بعد الانسحاب

$y=-p+k \Rightarrow y=-\frac{1}{4}+(-9)$

$y=\frac{-37}{4}$ معادلة الدليل

$x=-3$

س: قطع مكافئ معادلته $hx^2-4y=0$ رأسه نقطة الاصل ودليله يمر بالنقطة $(-2,-1)$

sol :

$hx^2-4y=0$

$x^2=\frac{4}{h}y \quad , \ F\in y \Rightarrow y=-p$ معادلة الدليل

$(-2,-1)$ بما ان الدليل يمر بالنقطة

$\therefore p=1$

("2022/"تمهيدي"احيائي")

$\frac{4}{h}=4p \quad \rightarrow h=1$

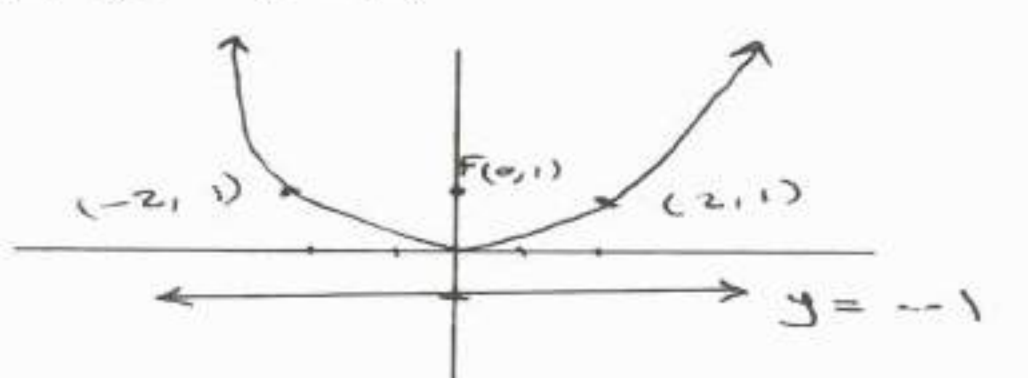
$F\,(0,1)$ بؤرة القطع هي

$\therefore y=1$

$x^2=4\,(y)$

$x^2=4 \quad \Rightarrow x=\mp 2$

$(2,1) \ , \quad (-2,1)$



قطع مكافئ رأسه نقطة الاصل معادلته $\frac{1}{3}y^2 = hx$ ، دليله يمر بالنقطة $(-3,3)$ ، جد قيمة h

sol :

$\frac{1}{3}y^2 = h.x$

$y^2 = 3hx$ على محور السينات

$(-3,3)$ الدليل يمر بالنقطة

$\therefore$ الدليل $x = -3$ البؤرة تقع على السينات الموجب

$p = 3$

(2/2023"احيائي")

$\therefore y^2 = 4px$

$y^2 = 4(3)x \Rightarrow y^2 = 12x$

$y^2 = 3hx$

$\therefore 3h = 12$

$h = \frac{12}{3} \Rightarrow h = 4$

جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل ودليله يمر بالنقطة $(-3,4)$ ويوازي محور الصادات .

sol :

بما ان دليل القطع المكافئ يوازي محور الصادات ويمر بالنقة (-3,4)

$\therefore$ معادلته $x = -3$

$\therefore p = 3 \Rightarrow F(3,0)$

(3/2023"تكميلي")

$\therefore$ المعادلة $y^2 = 4px$

$y^2 = 4(3)x$

$y^2 = 12x$

جد البؤرة والرأس ومعادلتي المحور والدليل للقطع المكافئ الذي معادلته $y^2 + 4y + 2x = 0$

Sol:

$y^2 + 4y - 2x = 0$

$y^2 + 4y = -2x$ باضافة 4 للطرفين

$y^2 + 4y + 4 = -2x + 4$

$(y+2)^2 = -2(x-2)$

نقارن بالصيغة القياسية

$(y-k)^2 = -4p(x-h)$

$h = 2 \quad , \quad k = -2$

$\therefore \bar{O}(2,-2)$ احداثيا الرأس بعد الانسحاب

$4p = 2 \Rightarrow p = \frac{2}{4} \Rightarrow p = \frac{1}{2}$

$\bar{F}(-p+h, k) \Rightarrow \bar{F}\left(-\frac{1}{2}+2, -2\right)$

$\left(\frac{3}{2}, -2\right)$ احداثيا البؤرة بعد الانسحاب

$x = p + h \Rightarrow x = \frac{1}{2} + 2$

(2024/تمهيدي)

$x = \frac{5}{2}$ معادلة الدليل

$y = k \Rightarrow y = -2$ معادلة المحور

قطع مكافئ معادلته $hy^2-16x=0$ يمر بالنقطة $(2,4)$ جد قيمة h ،ثم جد إحداثي البؤرة ومعادلة الدليل مع الرسم

sol :

$h\,y^2 - 16x = 0 \quad \rightarrow y^2 = 4hx$

نعوض النقطة (2،4) في القطع المكافئ لانها تحققها

$h(4)^2 - 16(2) = 0$

$16h = 32 \rightarrow h = 2$

(2/2024)

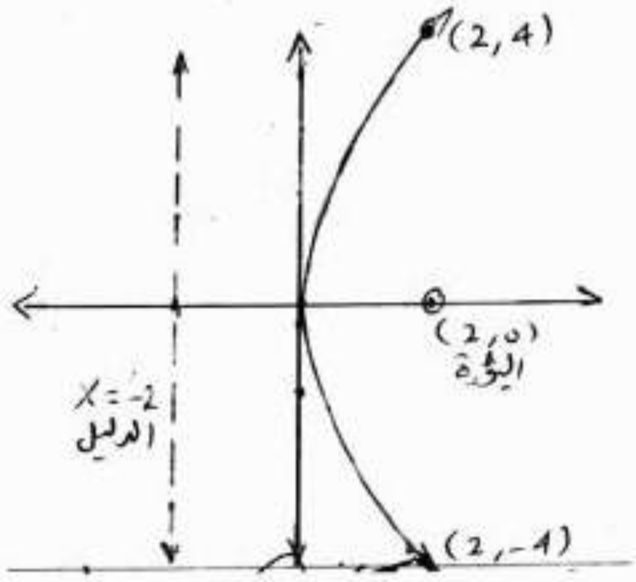
$2y^2 = 16x \quad (\div 2)$

$\rightarrow y^2 = 8x \quad , \quad y^2 = 4px$

$\rightarrow 4p = 8 \quad \rightarrow \quad h = 2$

$F(2,0)$ البؤرة

$x = -2$ الدليل



القطع المكافئ باستخدام التعريف

س/ جد معادلة القطع المكافئ بطريقة التعريف اذا كانت بؤرته هي نقطة انقلاب الدالة $f(x) = x^3 + 6x^2 - 16$ ورأسه نقطة الاصل .

sol :

$f(x) = x^3 + 6x^2 - 16$

$f^{\backslash}(x) = 3x^2 + 12x \quad , \quad f^{\backslash\backslash}(x) = 6x + 12$

$f^{\backslash\backslash}(x) = 0 \Rightarrow 6x + 12 = 0 \,] \div 6$

(2/2019)

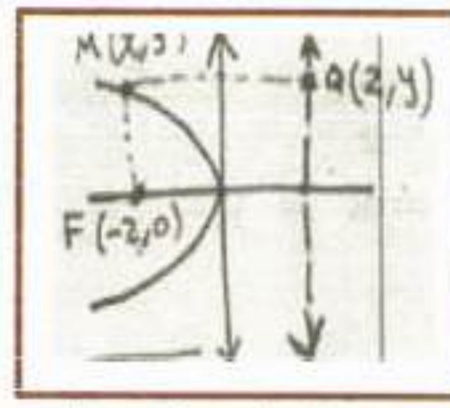
$x + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -2$

$f(-2) = (-2)^3 + 6(-2)^2 - 16$

$= -8 + 24 - 16 = 24 - 24 = 0$

∴ نقطة الانقلاب $(-2, 0)$ وتمثل بؤرة القطع المكافئ

باستخدام التعريف



نفرض $M(x, y) \ni$ للقطع المكافئ

$MF = MQ$

$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(-2 - x)^2 + (0 - y)^2}$

$= \sqrt{(x + 2)^2 + (y - y)^2}$ بتربيع الطرفين وفتح الاقواس

$4 + 4x + x^2 + y^2 = x^2 - 4x + 4$

$y^2 = -4 - 4x \quad \Rightarrow y^2 = -8x$

ملاحظة :- اذا الطالب لم يرسم لايحاسب

س/ باستخدام التعريف جد معادلة القطع المكافئ الذي راسه نقطة الاصل ومعادلة دليله $y = \sqrt{3}$

sol :

("تمهيدي"/2005)

$y = \sqrt{3}$ بما ان معادلة الدليل

فان بورته $F(0 \,, -\sqrt{3})$ و $Q(X, \sqrt{3})$

$\overline{QM} = \overline{FM}$

$\sqrt{(x - x)^2 + (y - \sqrt{3})^2} = \sqrt{x^2 + (y + \sqrt{3})^2}$

$y^2 - 2\sqrt{3}\,y + 3 = x^2 + y^2 + 2\sqrt{3}\,y + 3$

$x^2 = -4\sqrt{3}\,y$

س/ جد معادلة القطع المكافئ بطريقة التعريف إذا كانت بؤرته هي البؤرة اليمنى للقطع الناقص: $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$

sol :

$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$

$a^2 = 100 \,, \qquad b^2 = 64$

$c^2 = a^2 - b^2$

("تمهيدي"تطبيقي" /2019)

$= 100 - 64 = 36$

$\therefore c = 6 \quad (-6, 0), (6, 0)$ بؤرتي القطع الناقص

$\therefore p = 6 \quad (6, 0)$ بؤرة القطع المكافىء

نفرض النقطة $M(x, y)$ تنتمي للقطع المكافئ

$MF = QM$

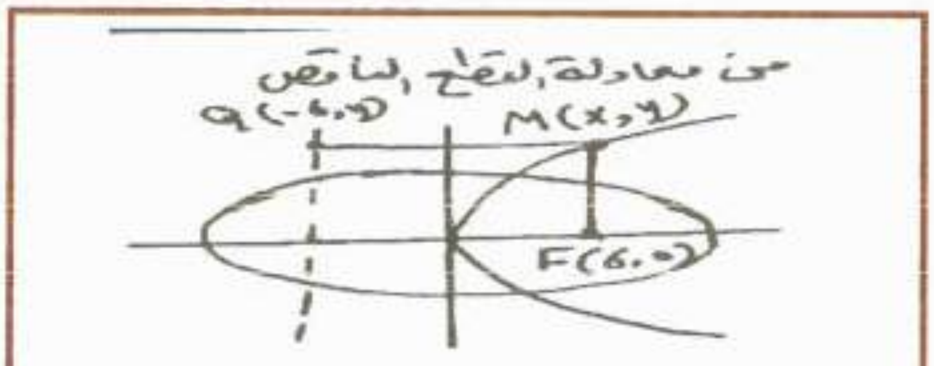
$\sqrt{(x - 6)^2 + (y - 0)^2}$

$= \sqrt{(x + 6)^2 + (y - y)^2}$ بتربيع الطرفين

$x^2 - 12x + 36 + y^2 = x^2 + 12x + 36$

$y^2 = 12x + 12x$

$y^2 = 24x$ معادلة القطع المكافى



ملاحظة/ الرسم ضروري من ضمن الحل

س/ جد معادلة القطع المكافئ حسب التعريف ، اذا علمت ان بؤرته $(\sqrt{3}, 0)$ ورأسه نقطة الاصل .

sol :

نفرض النقطة $M(x, y)$ تنتمي للقطع المكافئ

$\overline{MF} = \overline{MQ}$

$\sqrt{(x - \sqrt{3})^2 + (y - 0)^2} = \sqrt{(x + \sqrt{3})^2 + (y - y)^2}$

$\sqrt{(x - \sqrt{3})^2 + y^2} = \sqrt{(x + \sqrt{3})^2}$ بتربيع الطرفين

("تطبيقي"1/2020)

$(x - \sqrt{3})^2 + y^2 = (x + \sqrt{3})^2$

$\cancel{x^2} - 2\sqrt{3}\,x + \cancel{3} + y^2 = \cancel{x^2} + 2\sqrt{3}\,x + \cancel{3}$

$-2\sqrt{3}\,x + y^2 = 2\sqrt{3}\,x$

$y^2 = 4\sqrt{3}\,x$ معادلة القطع المكافئ المطلوبة

س/ جد نقطة او اكثر تنتمي للقطع المكافى الذي معادلته $y^2 + 16x = 0$ والتي تبعد عن البؤرة بمقدار (6) وحدات

sol :

$y^2 + 16x = 0 \rightarrow y^2 = -16x$

$y^2 = -4px$

$\rightarrow 4p = 16 \rightarrow p = 4$

$F(-4,0)$

("1/2023" أحياني)

نفرض $N(x,y)$

$F(-4,0)$

$S = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$S = \sqrt{(x+4)^2 + (y-0)^2}$

$S = \sqrt{x^2 + 8x + 16 + y^2}$

$S = \sqrt{x^2 + 8x + 16 - 16x}$

$6 = \sqrt{x^2 - 8x + 16}$ بالتربيع

$36 = x^2 - 8x + 16 \rightarrow x^2 - 8x + 20 = 0$

$(x-10)(x+2) = 0$

اما $x = -2 \rightarrow y^2 = -16(-2) \rightarrow y^2 = 32$

$y = \sqrt{32} \rightarrow y = \mp 4\sqrt{2}$

$\therefore N_1 = (-2, 4\sqrt{2}), N_2 = (-2, -4\sqrt{2})$

او $x = 10 \rightarrow y^2 = -16(10)$

$\rightarrow y = \sqrt{-160}$ يهمل

او نقول $x=10$ تقع في اليمين وان البؤرة في اليسار (فتهمل)

س قطع ناقص معادلته $x^2 + 4y^2 = 4$

جد طولي محوريه واحداثيي رأسيه وبؤرتيه.

sol :

(2/2003)

$[x^2 + 4y^2 = 4] \div 4$

$\rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$

$a^2 = 4 \ \rightarrow a = 2 \ \ , b^2 = 1$

$\rightarrow b = 1$

$a^2 = b^2 + c^2$

$\rightarrow 4 = 1 + c^2$

$c^2 = 3 \ \rightarrow c = \sqrt{3}$

طول المحور الصغير $2b = 2$, طول المحور الكبير $2a = 4$

بؤرتي القطع الناقص$(\pm\sqrt{3}, 0)$, رأس القطع الناقص$(\pm 2, 0)$

س جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وبورتاه على محور السينات والمسافة بين بورتيه تساوي 6 وحدة والفرق بين طولي محوريه وحدتا طول

sol :

$2c = 6 \ \rightarrow c = 3$ على محور السينات $\therefore c^2 = 9$

$2a - 2b = 2$

$\rightarrow a - b = 1 \quad \rightarrow a = 1 + b \ldots\ldots\ldots (1)$

$a^2 = b^2 + c^2 \ldots\ldots\ldots (2)$

نعوض معادلة رقم (1) في (2)

(1/2005)

$\rightarrow (1 + b)^2 = b^2 + 9$

$\rightarrow 1 + 2b + b^2 = b^2 + 9$

$2b = 8 \ \rightarrow b = 4 \quad \therefore b^2 = 16$

نعوضها في (1)

$a = 1 + 4 = 5 \ \rightarrow a^2 = 25$

معادلة القطع الناقص $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ , \quad \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

س جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وبورتاه على محور السينات والمسافة بين بورتيه تساوي 12 وحدة والفرق بين طولي محوريه يساوي 4 وحدات طول

sol :

$2c = 12 \ \rightarrow c = 6$ على محور السينات $\therefore c^2 = 36$

$2a - 2b = 4$

$\rightarrow a - b = 2 \quad \rightarrow a = 2 + b \ldots\ldots\ldots (1)$

$a^2 = b^2 + c^2$

(2006/"تمهيدي")

$\rightarrow (2 + b)^2 = b^2 + 36$

$\rightarrow 4 + 4b + b^2 = b^2 + 36$

$4b = 32 \ \rightarrow b = 8$ نعوضها في(1) $\therefore b^2 = 64$

$a = 8 + 2 = 10 \ \rightarrow a^2 = 100$

معادلة القطع الناقص $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ , \quad \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$

س قطع ناقص معادلته $4x^2 + 2y^2 = k$ والبعد بين بؤرتيه $2\sqrt{3}$ وحدة طول جد قيمة k

sol :

$2c = 2\sqrt{3} \ \rightarrow c = \sqrt{3} \quad \therefore c^2 = 3$

$[4x^2 + 2x^2 = k] \div k$

(1/2008)

$\rightarrow \frac{x^2}{\frac{k}{4}} + \frac{y^2}{\frac{k}{2}} = 1$

(2010/"تمهيدي")

$\rightarrow a^2 = \frac{k}{2} \ , b^2 = \frac{k}{4}$

$a^2 = b^2 + c^2$

$\rightarrow \left[\frac{k}{2} = \frac{k}{4} + 3\right].4$

$\rightarrow 2k = k + 12 \ \ \rightarrow k = 12$

اذا كانت $ky^2 + 3x^2 = z$ معادلة قطع ناقص بؤرتاه تنتميان الى محور السينات ويمر بنقطة تقاطع المستقيم $2x + y = \sqrt{3}$ مع المحور الصادي علما ان مساحة منطقته $2\sqrt{3}\pi$ وحدة مساحة جد قيمتي k , z

sol :

if $x = 0 \rightarrow y = \sqrt{3} \rightarrow (0 , \sqrt{3}) \in$ للقطع

$b = \sqrt{3}$ لان البؤرة تقع على محور السينات $\therefore b^2 = 3$

$2\sqrt{3}\,\pi = ab\pi$

$\rightarrow 2\sqrt{3}\,\pi = \sqrt{3}\,a\,\pi$

$\rightarrow a = 2$

(2/2010)

$[ky^2 + 3x^2 = z] \div z$

$$\rightarrow \frac{y^2}{\frac{z}{k}} + \frac{x^2}{\frac{z}{3}} = 1$$

$$\rightarrow a^2 = \frac{z}{3}$$

$$b^2 = \frac{z}{k}$$

$$4 = \frac{z}{3}$$

$$\rightarrow z = 12 \quad ,3 = \frac{z}{k}$$

$$\rightarrow 3 = \frac{12}{k} \quad \rightarrow k = 4$$

جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتيه $F_1F_2\ (\pm 4, 0)$ والنقطة P تنتمي اليه بحيث ان المثلث PF_1F_2 محيطه يساوي 24 وحدة طول.

sol:

$(4,0), (c,0) \rightarrow c = 4 \quad \rightarrow c^2 = 16$

$24 =$ محيط المثلث

$PF_1 + PF_2 + F_1F_2 = 24$

$2a + 2c = 24] \div 2$

$a + c = 12$

(1/2014)

$\rightarrow a + 4 = 12$

$\rightarrow a = 8 \rightarrow 4^2 = 64$

$c^2 = a^2 - b^2$

$16 = 64 - b^2$

$\rightarrow b^2 = 48$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{48} = 1$$ معادلة القطع الناقص

جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه تنتميان لمحور السينات ومركزة نقطة الاصل ومساحة منطقته 7π وحدة مربعة ومحيطه يساوي 10π وحدة

sol :

مساحة القطع الناقص $A = a\,b\pi = 7\pi \quad \rightarrow ab = 7$

$$\rightarrow a = \frac{7}{b} \ldots\ldots\ldots (1)$$

محيط القطع الناقص $P = 2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$

(2/2011)

(1/2018)

$$\rightarrow 10\pi = 2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$

$$\rightarrow 5 = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \text{ بالتربيع } \rightarrow 25 = \frac{a^2+b^2}{2}$$

$a^2 + b^2 = 50 \ldots\ldots\ldots (2)$

$\frac{49}{b^2} + b^2 = 50\ ].\,b^4$

(4/2014"أسئلة النازحين")

$\rightarrow 49 + b^4 = 50b^2$

$\rightarrow b^4 - 50b^2 + 49 = 0$

$(b^2 - 49)(b^2 - 1) = 0$

اما $b^2 = 49 \quad \rightarrow b = 7$ نعوضها في(1)

$\rightarrow a = \frac{7}{7} = 1$ يهمل لان $a > b$

او $b^2 = 1 \quad \rightarrow b = 1 \quad \rightarrow a = 7$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{1} = 1$$ معادلة القطع الناقص

جد معادلة القطع الناقص الذي إحدى بؤرتيه تبعد عن نهايتي محوره الكبير بالعددين $5 , 1$ وحدة على الترتيب وبؤرتاه تقعان على محور الصادات ومركزة نقطة الاصل.

Sol:

$2\,a = 1 + 5 = 6$

(1/2014"أسئلة النازحين")

$a = 3 \quad \rightarrow a^2 = 9$

$2c = 5 - 1 \quad \rightarrow 2c = 4 \quad \rightarrow c = 2$

$b^2 = a^2 - c^2 \ = 9 - 4\ = 5$

(2/2015"أسئلة النازحين")

البؤرتان تنتميان لمحور الصادات فالمعادلة هي : $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

المعادلة المطلوبة $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1$

س / جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وبؤرتاه على محور السينات ويمر بالنقطتين $(6,2),(4,3)$

sol :

البؤرتان تنتميان لمحور السينات

$\therefore$ المعادلة هي : $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

$(4,3)$ تمر بالقطع $\therefore$ تحقق معادلته .

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{16}{a^2}+\frac{9}{b^2}=1 \quad \times 4$$

("1/2016" خارج القطر)

$$\therefore \frac{64}{a^2}+\frac{36}{b^2}=4 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$(6,2)$ تمر بالقطع $\therefore$ تحقق معادلته .

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{36}{a^2}+\frac{4}{b^2}=1 \quad \times 9$$

$$\therefore \frac{324}{a^2}+\frac{36}{b^2}=9 \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$\frac{64}{a^2}+\frac{36}{b^2}=4 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\mp\frac{324}{a^2}\mp\frac{36}{b^2}=\mp 9 \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \text{ بالطرح}$$

$$\frac{-260}{a^2}=5 \quad \rightarrow \quad -5a^2=-260 \quad \rightarrow a^2=52$$

نعوض في المعادلة رقم (1)

$$\frac{16}{52}+\frac{9}{b^2}=1 \quad \rightarrow \frac{9}{b^2}=1-\frac{16}{52}=\frac{52-16}{52}=\frac{36}{52}$$

$$\frac{9}{b^2}=\frac{36}{52} \quad =\frac{1}{b^2}=\frac{1}{13} \quad \rightarrow b^2=13$$

$\frac{x^2}{52}+\frac{y^2}{13}=1$ معادلة القطع الناقص

س / اذا كان $e+id=\frac{4+2i}{1-i}$ جد معادلة القطع الناقص الذي راسه نقطة الاصل واحدى بؤرتية $(0,d)$ وطول محوره الكبير يساوي $2\parallel e+id \parallel$

sol :

$$e+id=\frac{4+2i}{1-i}\cdot\frac{1+i}{1+i}$$

$$=\frac{4+4i+2i+2i^2}{1+1}=\frac{2+6i}{2} \quad 1+3i$$

$$\rightarrow e=1, \qquad d=3$$

$$2\parallel e+id\parallel=2\parallel 1+3i\parallel=2\sqrt{1+9}=2\sqrt{10}$$

بما ان بؤرة القطع الناقص هي $(0,d)$ $\therefore$

$\therefore (0,d)=(0,3)\in$ لمحور الصادات

$$c=3 \quad \rightarrow c^2=9$$

$$2a=2\parallel d+ie\parallel$$

("4/2014"أسئلة النازحين"الانبار")

$$\rightarrow 2a=2\sqrt{10}$$

$$\rightarrow a=\sqrt{10} \quad \rightarrow a^2=10$$

$$b^2=a^2-c^2$$

$$\rightarrow b^2=10-9 \quad \rightarrow b^2=1$$

$\frac{y^2}{10}+\frac{x^2}{1}=1$ المعادلة

س / جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه $(\pm 5,0)$ والنقطة Q تنتمي اليه بحيث ان المثلث QF_1F_2 محيطه يساوي 30 وحدة طول.

sol :

$$(5,0),(c,0) \quad \rightarrow c=5 \quad \rightarrow c^2=25$$

محيط المثلث = 30

$$QF_1+QF_2+F_1F_2=30$$

$$2a+2c=30]\div 2$$

("2/2016" خارج القطر)

$$a+c=15$$

$$\rightarrow a+5=15$$

$$\rightarrow a=10 \quad \rightarrow a^2=100$$

$$c^2=a^2-b^2$$

$$25=100-b^2$$

$$\rightarrow b^2=75$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{75}=1$ معادلة القطع الناقص

س: جد معادلة القطع الناقص الذي احدى بؤرتيه نقطة انقلاب الدالة $f(x) = (x+2)(x-1)^2$ وطول محوره الكبير يساوي (12) وحدة طول.

sol :

$f(x) = (x+2)(x-1)^2$

$(x+2)(x^2-2x+1)$

$x^3-2x^2+x+2x^2-4x+2$

$f(x) = x^3-3x+2$

$f'(x) = 3x^2-3$ (3/2017)

$f''(x) = 6x$

$6x = 0$

$\rightarrow x = 0 \;, y = 2 \quad (0,2)$ نقطة انقلاب

$\rightarrow c = 2$ للناقص $\rightarrow c^2 = 4$

$2a = 12 \;\rightarrow a = 6 \;\rightarrow a^2 = 36$

$c^2 = a^2 - b^2$

$4 = 36 - b^2$ (1/2023"تطبيقي")

$\rightarrow b^2 = 32$

$\frac{x^2}{32}+\frac{y^2}{36} = 1$ المعادلة

ملاحظة: الحل اعلاه على انه المركز هو نقطة الاصل

س: يدور القمر حول الارض في مدار على صورة قطع ناقص سيني البؤرتين.تقع الارض في احدى بؤرتيه فاذا كانت اطول مسافة بين الارض والقمر 90Km واقصر مسافة بينهما 10 km جد الاختلاف المركزي للقطع .

sol :

اطول مسافة بين الارض (البؤرة) والقمر (الرأس) = 90

اقصر مسافة بين الارض (البؤرة) والقمر (الرأس) = 10

اي ان طول المحور الكبير = $2a = 100 = 90 + 10$

البعد بين البؤرتين = $2c = 80 = 90 - 10$

$\therefore a = 50 \;, c = 40$ (2/2016 "خارج القطر")

الاختلاف المركزي $e = \frac{c}{a} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5} < 1$

س: اذا كان $\frac{11+2i}{1+2i} = d + ie$ جد معادلة القطع الناقص الذي راسه نقطة الاصل واحدى بؤرتية $(0,e)$ وطول محوره الكبير $2 \,\| d+ie \|$

sol :

$\frac{11+2i}{1+2i} = d + ie$

$\frac{11+2i}{1+2} \cdot \frac{1-2i}{1-2i} = d + ie$

$\frac{11-22i+2i+4}{1+4} = d + ie$ (2/2018)

$\rightarrow \frac{15-20i}{5} = d + ie$

$3 - 4i = d + ie$

$\rightarrow d = 3 \;, e = -4$

بما ان بؤرة القطع الناقص هي $(0,e)$ $\therefore$

$\therefore (0,e) = (0,-4) \in$ لمحور الصادات

$c = -4 \quad \rightarrow c^2 = 16$

$2a = 2 \,\| d+ie \| \rightarrow a = 5 \quad \rightarrow a^2 = 25$

$b^2 = a^2 - c^2$

$\rightarrow b^2 = 25 - 16 \;\rightarrow b^2 = 9$

$\frac{y^2}{25}+\frac{x^2}{9} = 1$ المعادلة

س: جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل ويمر بنقطة تقاطع المستقيم $2x + 3y = 12$ مع محور السينات ومساحته 24π وحدة مساحة .

sol :

$2x + 3y = 12 \qquad ,y = 0$

$2x = 12 \;\Rightarrow\; x = 6 \qquad (6,0)$ (3/2019)

أما $(6,0) = (a,0) \Rightarrow a = 6$

أو $(6,0) = (b,0) \Rightarrow b = 6$

$A = ab\pi$ (3/2023"احيائي")

$24\pi = ab\,\pi \Rightarrow ab = 24$

1) عندما $a = 6 \quad , \quad b = 4$

$\therefore \frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16} = 1$

2) وعندما $b = 6 \quad a = 4$

$a > b$ لأن يهمل $a = 4$

س/ اذا كان $x^2 + 25y^2 + 4x - 150y + 204 = 0$ معادلة قطع ناقص , جد مساحته ومحيطه واختلافه المركزي

sol :

$$x^2 + 25y^2 + 4x - 150y + 204$$

$$x^2 + 4x + 25y^2 - 150y = -204$$

$$x^2 + 4x + 4 + 24(y^2 - 6y + 9) = -204 + 4 + 225$$

$$(x+2)^2 + 25(y-3)^2 = 25$$

بقسمة الطرفين على 25

$$\frac{(x+2)^2}{25} + (y-3)^2 = 1$$

$$a = 25 \to a = \pm 5$$

$$b^2 = 1 \to b = \pm 1$$

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$c^2 = 25 - 1$$

$$c^2 = 24$$

(1/2019 "خارج القطر" "تطبيقي")

$$c = \mp 2\sqrt{6}$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$A = \pi ab$$

$A = \pi(5)(1) = 5\pi$ وحدة تربيعية

$$p = 2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{25+1}{2}}$$

$$= \pi\sqrt{\frac{4^2(26)}{2}}$$

$= \pi\sqrt{52}$ وحدة طول

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وينطبق محوراه على المحورين الاحداثيين ويقطع من محور السينات جزءا طوله (8) وحدات ومن محور الصادات جزءا طوله (12) وحدة ثم جد المسافة بين البؤرتين ومساحة منطقته

sol :

$\because$ المقطع الصادي اكبر من المقطع السيني

$$\therefore\ 2a = 12 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow a^2 = 36$$

$$2b = 8 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow b^2 = 16$$

والبؤرتان صاديتان

فالمعادلة $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$

$$\because\ a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow c^2 = 36 - 16$$

$$\therefore c^2 = 20 \Rightarrow c = 2\sqrt{5}$$

المسافة بين البؤرتين $2c = 4\sqrt{5}\ unit$

$$A = ab\pi$$

(2020/"تمهيدي")

$$A = \pi(6) * (4)$$

$$A = 24\pi\ unit^2$$

س/ جد المعادلة القياسية للقطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل ، اذا علمت ان الاختلاف المركزي له يساوي $\left(\frac{1}{2}\right)$ وطول محوره الصغير يساوي (12) وحدة طول

sol :

$$2b = 12 \Rightarrow b = 6 \Rightarrow b^2 = 36$$

$$e = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2c \Rightarrow a^2 = 4c^2$$

$$\because a^2 = b^2 + c^2$$

(2022/"تمهيدي" "تطبيقي")

$$4c^2 = 36 + c^2$$

$$3c^2 = 36 \Rightarrow c^2 = 12$$

(1/2020 "تطبيقي")

$$\therefore a^2 = 4(12) \quad \therefore a^2 = 48$$

الاحتمال الاول البؤرتان على محور السينات

$$\frac{x^2}{48} + \frac{y^2}{36} = 1$$

الاحتمال الثاني البؤرتان على محور الصادات

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{48} = 1$$

(3/2023 "احيائي")

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وينطبق محوراه على المحورين الاحداثيين ويقطع من محور السينات جزءا طوله (8) وحدات ، ومن محور الصادات جزءا طوله (12) وحدة ثم جد المسافة بين البؤرتين ومساحة منطقته .

sol :

يقطع من محور السينات (8)
ويقطع من محور الصادات (12)

$2a = 12 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow a^2 = 36$

$2b = 8 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow b^2 = 16$

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

(3/2020)

$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$

$c^2 = a^2 - b^2$

$c^2 = 36 - 16 \Rightarrow c^2 = 20$

$\Rightarrow c = \sqrt{20} \Rightarrow c = 2\sqrt{5}$

$2c = 4\sqrt{5}$ ∴ المسافة بين البؤرتين

$A = ab\pi$

$= 4(6)\pi = 24\pi$

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل ، واحدى بؤرتيه $(0 , 4)$ ومجموع مربعي طولي محوريه يساوي (136)

sol :

$F_1(0,4) \Rightarrow C = 4 \ , \frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

$a^2 - b^2 = 16 \ \ldots\ldots (1)$

$(2a)^2 + (2b)^2 = 136$

(2/2023"أحيائي")

$4a^2 + 4b^2 = 136 \ (\div 4)$

$\therefore \ a^2 + b^2 = 34 \ \ldots\ldots (2)$

$a^2 - b^2 = 14 \ \ldots\ldots (1)$ بالجمع

$2a^2 = 50 \Rightarrow a^2 = 25$

$\therefore b^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow b^2 = 9$

∴ المعادلة القياسية $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$

جد معادلة القطع الناقص الذيمركزه نقطة الاصل وبؤرتاه $(4, 0)$ ، $(-4, 0)$ والنقطة Q تنتمي للقطع بحيث ان محيط ΔQf_1f_2 يساوي (24) وحدة.

sol :

$(4,0), (c,0) \ \rightarrow c = 4 \ \rightarrow c^2 = 16$

محيط المثلث =24

$QF_1 + QF_2 + F_1F_2 = 30$

$2a + 2c = 24] \div 2$

$a + c = 12$

(2023/تمهيدي"أحيائي")

$\rightarrow a + 4 = 12$

$\rightarrow a = 8 \ \rightarrow a^2 = 64$

$c^2 = a^2 - b^2$

$16 = 64 - b^2$

$\rightarrow b^2 = 48$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{48} = 1$ معادلة القطع الناقص

لتكن $kx^2 + 4y^2 = 36$ معادلة قطع ناقص مركزه نقطة الأصل ، أحدى بؤرتيه $(\sqrt{k}, 0)$ ، جد $k \in R^+$

sol :

$kx^2 + 4y^2 = 36$

$\rightarrow \frac{x^2}{\frac{36}{k}} + \frac{y^2}{9} = 1$

(1/2023"أحيائي")

$\because (\sqrt{k}, 0)$ بؤرة القطع الناقص

$c = \sqrt{k} \ \rightarrow c^2 = k \ , a^2 = \frac{36}{k} \ \ , b^2 = 9$

$c^2 = a^2 - b^2$

$k = \frac{36}{k} - 9 \ \rightarrow k^2 = 36 - 9k$

$k^2 + 9k - 36 = 0$

$(k - 3)(k + 12) = 0$

$k = 3$ or $k = -12$ يهمل

س/ عين النقاط على القطع الزائد الذي معادلته $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{1}=1$ والتي تبعد عن البؤره في الفرع الايمن بمقدار $\frac{1}{\sqrt{3}}$ وحدة

(2/2005)

sol :

$a^2 = 3 \;, b^2 = 1$

$c^2 = a^2 + b^2$

$\rightarrow c^2 = 3 + 1 \;\rightarrow c^2 = 4 \;\rightarrow c = 2$

$F_1(2,0)$ البؤره اليمنى للقطع الزائد, let $p(x,y) \in$ القطع الزائد

$\rightarrow PF_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\sqrt{(x-2)^2+(y-0)^2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ بتربيع الطرفين

$\rightarrow \left[x^2 - 4x + 4 + y^2 = \frac{1}{3}\right].3$

$3x^2 - 12x + 12 + 3y^2 = 1$

$\rightarrow 3x^2 - 12x + 11 + 3y^2 = 0$ .... (1)

$\left[\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{1}=1\right].3$

$\rightarrow x^2 - 3y^2 = 3$

$\rightarrow 3y^2$

$= x^2 - 3$ .... (2) نعوض معادلة (1) في (2)

$3x^2 - 12x + 11 + x^2 - 3 = 0$

$\rightarrow 4x^2 - 12x + 8 = 0$

$\rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$

$(x-1)(x-2) = 0$

اما $x = 1 \;\rightarrow 3y^2 = 1 - 3 \;\rightarrow 3y^2 = -2$ يهمل

او $x = 2$

$\rightarrow 3y^2 = 4 - 3$

$\rightarrow 3y^2 = 1 \;\rightarrow y = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore \left(2,\frac{1}{\sqrt{3}}\right), \left(2,-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \in$ القطع الزائد

س/ النقطة $p(6, L)$ تنتمي إلى القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل ومعادلته $x^2 - 3y^2 = 12$ جد كلا من :
(أ) قيمة L (ب) طول نصف القطر البؤري للقطع المرسوم في الجهة اليمنى من النقطة p .

sol :

$x^2 - 3y^2 = 12$

لانها تنتمي إلى القطع الزائد تحقق معادلته $p(6, L)$
نعوض النقطة

$36 - 3L^2 = 12 \quad \rightarrow 3L^2 = 24 \;\rightarrow L^2 = 8$

$\rightarrow L = \pm 2\sqrt{2}$ (1/1999) (2010/"تمهيدي")

$p = (6, \pm 2\sqrt{2})$

$[x^2 - 3y^2 = 12] \div 12$ نجد بؤرتي القطع الزائد

$\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$ بالمقارنة مع المعادلة القياسية

(2/2024"محاولات")

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \qquad a^2 = 12 \;,\; b^2 = 4$

$c^2 = a^2 + b^2 = 12 + 4 = 16 \quad \rightarrow \quad c = 4$

$F_1(4,0), F_2(-4,0)$ $\therefore$ البؤرتان

$p = (6, \pm 2\sqrt{2})$ النقطة

(2/2018"خارج القطر")

$\overline{PF_1} = \sqrt{(6-4)^2+(\pm 2\sqrt{2}-0)^2}$

$= \sqrt{4+8} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ وحدة طول

طول نصف القطر البؤري للقطع المرسوم في الجهة اليمنى من النقطة p .

س/ جد معادلة القطع المخروطي الذي محوراه هما المحورين الاحداثيين واحدى بؤرتيه $(-5,0)$ واحد رأسيه $(3,0)$

sol :

$\because c > a$ فان القطع المخروطي قطع زائد $c = 5 \;, a = 3$

$c^2 = a^2 + b^2 \;\rightarrow 25 = 9 + b^2$

$\rightarrow b^2 = 16$

$\therefore \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ (1/2004)

$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ معادلة القطع الزائد

جد معادلة القطع الزائد الذي احدى بؤرتيه نقطة تقاطع المستقيم $2x - y = 8$ مع محور السينات وطول محوره التخيلي 4 وحدات

sol :

$y = 0$ اي نقطة تقع على محور السينات يكون فيها

$y = 0 \rightarrow 2x = 8 \rightarrow x = 4$

$\rightarrow (4,0)$ احدى بؤرتي القطع الزائد $\rightarrow c = 4$

$2b = 4 \rightarrow b = 2$ (2007/"تمهيدي")

$c^2 = a^2 + b^2$

$\rightarrow 16 = a^2 + 4 \rightarrow a^2 = 12$ (2/2017)

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \;,\; \frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$ معادلة القطع الزائد

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه $(\pm 6, 0)$ ويتقاطع مع محور السينات عند $x = \pm 4$ ومركزه نقطة الأصل

sol :

$(\pm 5, 0) \rightarrow F_1(6,0) \;,\; F_2(-6,0) \quad \therefore c = 6$

يتقاطع مع محور السينات عند $x = \pm 4$

$\therefore v_1(4,0) \;,\; v_2(-4,0)$

$\rightarrow \quad a = 4$

$b^2 = c^2 - a^2$ (4/2014"أسئلة النازحين""الانبار")

$= 36 - 16 = 20$

$\rightarrow \quad b = \sqrt{20}$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$ معادلة القطع الزائد

جد معادلة القطع المخروطي الذي رأسه نقطة الاصل وينطبق محوراه على المحورين الاحداثين واختلافه المركزي يساوي 3 ويمر بالنقطة (0,2)

sol :

∵ الاختلاف المركزي > 1

∴ القطع المخروطي هو قطع زائد

∵ القطع يمر بالنقطة $(0,2) \rightarrow \therefore a = 2$

او تعويض النقطة في معادلة القطع الزائد القياسية

$e = \frac{c}{a} \rightarrow 3 = \frac{c}{2} \rightarrow c = 6$

$c^2 = c^2 + b^2$

$\rightarrow 36 = 4 + b^2$

$\rightarrow b^2 = 36 - 4 = 32$ (2016/"تمهيدي")

$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ (2023/تمهيدي "تطبيقي")

$\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{32} = 1$ معادلة القطع الزائد

عين كل من البؤرتين والرأسين ثم جد طول كل من المحورين والإختلاف المركزي للقطوع الزائدة $16x^2 - 9y^2 = 144$

sol :

$(16x^2 - 9y^2 = 144) \div 144$ (2006/"تمهيدي")

$\Rightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ (1/2014"أسئلة النازحين")

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ وبالمقارنة مع المعادلة القياسية

$a^2 = 9 \rightarrow a = 3$ (2/2015"أسئلة النازحين")

$\rightarrow 2a = 6$ وحدة طول — طول المحور الحقيقي

$b^2 = 16 \rightarrow b = 4$

$\rightarrow 2b = 8$ وحدة طول — طول المحور المرافق

$c^2 = a^2 + b^2$

$= 9 + 16 = 25 \quad \rightarrow c = 5$

البؤرتان $F_1(5,0) \;,\; F_2(-5,0)$

الرأسان $v_1(3,0) \;,\; v_2(-3,0)$

الإختلاف المركزي $e = \frac{c}{a} = \frac{5}{3} > 1$

جد معادلة القطع الزائد الذي مركز نقطة الاصل وطول محوره الحقيقي 6 وحدات والاختلاف المركزي يساوي (2) وبؤرتاه تقعان على محور السينات .

sol :

$2a = 6 \rightarrow a = 3$

$\frac{c}{a} = 2$

$\rightarrow c = 2a \rightarrow c = 6 \quad \therefore c^2 = 36$

$c^2 = a^2 + b^2$

$\rightarrow 36 = 9 + b^2 \rightarrow b^2 = 27$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (1/2011"خارج القطر")

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{27} = 1$ معادلة القطع الزائد

س/ عين البؤرتين والراسيين , وجد طول كل من المحورين والاختلاف المركزي لمعادلة القطع الزائد :

$$16X^2 + 160X - 9y^2 + 18y = 185$$

sol :

$$(16X^2 + 160X) + (-9y^2 + 18y) = 185$$

$$16(X^2 + 10X) - 9(y^2 - 2y) = 185$$

$$16(X^2 + 10X + 25) - 9(y^2 - 2y + 1)$$

$$= 185 + 400 - 9$$

$$16(X+5)^2 - 9(y-1)^2 = 576 \,] \quad \div 576$$

$\frac{(X+5)^2}{36} - \frac{(y-1)^2}{64} = 1$ بالمقارنة بالصيغة القياسية

$$\frac{(X-h)^2}{a^2} - \frac{(Y-k)^2}{b^2} = 1$$

$h = -5, k = 1 \quad , 0(-5,1)$ احداثي المركز

طول المحور الحقيقي

(1/2018 "تطبيقي")

$a^2 = 36 \to a = 6$

$\to 2a = 2(6) = 12$ unit طول المحور التخيلي

$b^2 = 64 \to b = 8 \to 2b = 2(8) = 16$ unit

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 36 + 64 = 100 \to c = 10$$

$F_1(c+h,k) \to F_1(10-5,1) \to F_1(5,1)$ البؤرتان

$F_2(-c+h,k) \to F_2(-10-5,1) \to F_2(-15,1)$

$V_1(a+h,k) \to V_1(6-5,1) \to V_1(1,1)$ الرأسان

$V_2(-a+h,k) \to V_2(-6-5,1) \to V_2(-11,1)$

الاختلاف المركزي $e = \frac{c}{a} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} > 1$

س/ أكتب معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل إذا علمت أن أحد رأسيه يبعد عن البؤرتين بالعددين 1 , 9 وحدات على الترتيب وينطبق محوراه على المحورين الإحداثيين .

sol :

∵ معادلة القطع هي قطع زائد

(2015/"تمهيدي")

$\therefore 2c = 1 + 9 = 10$

$\to c = 5 \to c^2 = 25$

$2a = 9 - 1 = 8$

$\to 2a = 8 \to a = 4 \to a^2 = 16$

$b^2 = c^2 - a^2 = 25 - 16 = 9$

هنالك إحتمالين :

1. إذا كانت البؤرتان تنتميان لمحور السينات فالمعادلة هي :

(2023/تمهيدي "أحيائي")

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

2. إذا كانت البؤرتان تنتميان لمحور الصادات فالمعادلة هي :

(1/2023 "أحيائي")

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$$

س/ جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل إذا علمت أن أحد رأسيه يبعد عن بؤرتيه بالعددين 2 , 8 وحدة على الترتيب وينطبق محوراه على المحورين الإحداثيين

sol :

∵ معادلة القطع هي قطع زائد

$\therefore 2c = 8 + 2 = 10 \to c = 5 \to c^2 = 25$

$2a = 8 - 2 = 6 \to a = 3 \to a^2 = 9$

(1/2017 "أسئلة الموصل")

$b^2 = c^2 - a^2$

$= 25 - 9 = 16$

∴ هنالك إحتمالين :

1. إذا كانت البؤرتان تنتميان لمحور السينات فالمعادلة هي :

(2017/"تمهيدي")

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \,, \quad \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$

2. إذا كانت البؤرتان تنتميان لمحور الصادات فالمعادلة هي :

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \,, \quad \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$$

س/ جد نقطة أو نقاط تنتمي للقطع الزائد $y^2 - x^2 = 3$ بحيث تكون اقرب ما يمكن للنقطة $(0,4)$.

sol :

نفرض النقطة (x, y)

ونفرض S هو بعدها عن النقطة (8,0)

$$S = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$S = \sqrt{(x-0)^2 + (y-4)^2}$$

$$S = \sqrt{x^2 + y^2 - 8y + 16} \quad \ldots\ldots 1)$$

$$y^2 - x^2 = 3 \rightarrow y^2 - 3 = x^2 \rightarrow x^2 = y^2 - 3 \ldots 2)$$

نعوض 2 في 1

$$S = \sqrt{y^2 - 3 + y^2 - 8y + 16}$$

$$S = \sqrt{2y^2 - 8y + 13}$$

(2024/"تمهيدي")

$$S = (2y^2 - 8y + 13)^{\frac{1}{2}}$$

$$S' = \frac{1}{2}(2y^2 - 8y + 13)^{\frac{1}{2}} * (4y - 8)$$

$$S' = \frac{4y-8}{2(2y^2 - 8y + 13)^{\frac{1}{2}}} = \frac{4y-8}{2\sqrt{(2y^2 - 8y + 13)}}$$

$$S' = 0 \rightarrow 0 = \frac{4y-8}{2\sqrt{(2y^2 - 8y + 13)}}$$

$$\rightarrow 4y - 8 = 0 \rightarrow 4y = 8$$

$$y = \frac{8}{4} \rightarrow y = 2$$

$$x^2 = (2)^2 - 3 \rightarrow x^2 = 4 - 3$$

$$\rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$$

$(1, 2)$, $(-1, 2)$

س/ جد احداثيات المركز والبؤرتين والراسين وطول المحورين والاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي معادلته : $2(y+1)^2 - 4(x-1)^2 = 8$

sol :

$$2(y+1)^2 - 4(x-1)^2 = 8] \div 8$$

$$\frac{(y+1)^2}{4} - \frac{(x-1)^2}{2} = 1$$

بالمقارنة بالصيغة القياسية $\frac{(Y-k)^2}{a^2} - \frac{(X-h)^2}{b^2} = 1$

المركز $h = 1, k = -1, 0(1, -1)$

$$a^2 = 4 \rightarrow a = 2$$

$$b^2 = 2 \rightarrow b = \sqrt{2}$$

(2018/"تمهيدي"تطبيقي ")

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 4 + 2 = 6 \rightarrow c = \sqrt{6}$$

البؤرتان $F_1(h, c+k) \rightarrow F_1(1, \sqrt{6} - 1)$

$F_2(h, -c+k) \rightarrow F_2(1, -\sqrt{6} - 1)$

الرأسان $V_1(h, a+k) \rightarrow V_1(1, 2-1) \rightarrow V_1(1,1)$

$V_2(h, -a+k)$

$\rightarrow V_2(1, -5-1) \rightarrow V_2(1, -3)$

طول المحور الحقيقي $2a = 2(2) = 4$ وحدات

طول المحور التخيلي $2b = 2(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$ وحدات

الاختلاف المركزي $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

س: النقطة $p(h, 2\sqrt{2})$ تنتمي إلى القطع الزائد الذي معادلته $x^2 - 3y^2 = 2h$ و مركزه نقطة الأصل جد كلا من : قيمة h الحقيقية الموجبة , ثم جد طول نصف القطر البؤري الاول والثاني المرسومين من النقطة p .

sol :

$x^2 - 3y^2 = 2h$

$p(h, 2\sqrt{2})$ لانها تنتمي إلى القطع الزائد تحقق معادلته

نعوض النقطة

$h^2 - 3(2\sqrt{2})^2 = 2h$

$h^2 - 24 = 2h$

$h^2 - 2h - 24 = 0$

(1/2018 "خارج القطر")

$(h-6)(h+4) = 0$

اما $h - 6 = 0 \rightarrow h = 6$

او $h + 4 = 0 \rightarrow h = -4$ يهمل

$x^2 - 3y^2 = 12] \div 12$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ بالمقارنة مع المعادلة القياسية

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad a^2 = 12 \ , \ b^2 = 4$

$\therefore c^2 = a^2 + b^2 = 12 + 4 = 16 \rightarrow c = 4$

$F_1(4, 0) , F_2(-4, 0)$ $\therefore$ البؤرتان

$p = (6, 2\sqrt{2})$ النقطة

$\overline{PF_1} = \sqrt{(6-4)^2 + (2\sqrt{2} - 0)^2}$

$= \sqrt{4+8} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ وحدة طول

$\overline{PF2} = \sqrt{(6+4)^2 + (2\sqrt{2} - 0)^2} = \sqrt{100+8}$

$= \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$ وحدة طول

س: جد معادلة القطع الزائد الذي احدى بؤرتيه هي نقطة المركز للدائرة $x^2 + y^2 - 16y + 15 = 0$ ونصف طول محوره المرافق يساوي نصف قطر تلك الدائرة.

sol :

(3/2018)

$C = (\frac{-A}{2}, \frac{-B}{2})$

$C = \left(\frac{0}{2}, \frac{16}{2}\right) = (0, 8)$ مركز الدائرة

$\therefore F_1(0, 8), F_2(0, -8)$

$r = \sqrt{h^2 + k^2 - C}$

$r = \sqrt{0 + 64 - 15}$

$= \sqrt{49} = 7$

$\therefore b = 7 \rightarrow b^2 = 49$

$c^2 = a^2 + b^2$

$64 = a^2 + 49 \rightarrow a^2 = 15$

$\frac{y^2}{15} - \frac{x^2}{49} = 1$ معادلة القطع الزائد

طريقة ثانية:

$x^2 + y^2 - 16y = -15$

$x^2 + y^2 - 16y + 64 = -15 + 64$

$(x-0)^2 + (y-8)^2 = 49$

بالمقارنة مع المعادلة

$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

$c = (h, k) \rightarrow c(0, 8)$

$\therefore F_1(0, 8), F_2(0, -8)$

$r^2 = 49 \rightarrow r = 7$

$\therefore b = 7 \rightarrow b^2 = 49$

$c^2 = a^2 + b^2$

$64 = a^2 + 49$

$\rightarrow a^2 = 15$

$\frac{y^2}{15} - \frac{x^2}{49} = 1$ معادلة القطع الزائد

س/ اثبت ان النقطة $p\left(2,\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ تنتمي للقطع الزائد الذي معادلته $\frac{x^2}{3}-y^2=1$ ومركزه نقطة الاصل ثم جد طول نصف القطر البؤري الاول والثاني المرسومين من تلك النقطة

sol :

اذا $p\left(2,\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \in$ للقطع تحقق معادلته

$\frac{x^2}{3}-y^2$ الطرف الايسر

$\frac{4}{3}-\frac{1}{3}=\frac{3}{3}=1$ = الطرف الايمن

∴ النقطة $p\left(2,\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \in$ للقطع الزائد

نجد البؤرتان

$a^2=3\ ,b^2=1$

$c^2=a^2+b^2$

$c^2=3+1$

$c^2=4 \Rightarrow c=2$

∴ البؤرتان $F_1\ (2,0)\ ,F_2\ (-2,0)$

$S=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

نصف القطر البؤري الاول

$PF_1=\sqrt{(2-2)^2+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-0\right)^2}$

$=\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$ unit

(1/2020)

$PF_2=\sqrt{(2+2)^2+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$

$=\sqrt{16+\frac{1}{3}}=\sqrt{\frac{48+1}{3}}=\sqrt{\frac{49}{3}}=\frac{7}{\sqrt{3}}$ unit

س/ جد معادلة قطع زائد مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه على محور الصادات وطول محوره المرافق $2\sqrt{2}$ وحدة واختلافه المركزي مع الرسم

sol :

∵ القطع الزائد بؤرتاه على الصادات

∴ المعادلة القياسية $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$

$\because 2b=2\sqrt{2} \Rightarrow b=\sqrt{2} \Rightarrow b^2=2$

$\because e=\frac{c}{a} \Rightarrow 3=\frac{c}{a} \Rightarrow c=3a \Rightarrow c^2=9\,a^2$

$c^2=a^2+b^2$

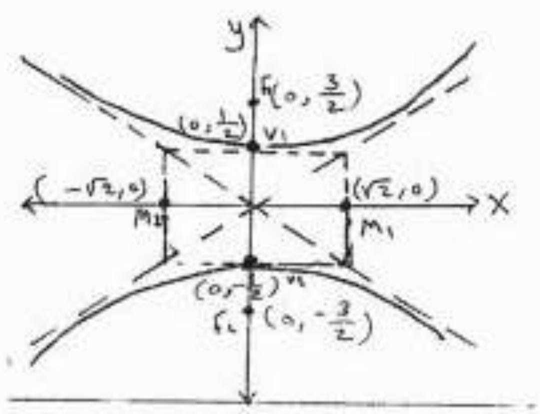
$\Rightarrow 9a^2=a^2+2 \Rightarrow 8a^2=2$

(3/2019)

$\therefore a^2=\frac{2}{8} \Rightarrow a^2=\frac{1}{4}$

$\Rightarrow c^2=9*\frac{1}{4}$

$\Rightarrow c^2=\frac{9}{4}$



∴ المعادلة $\frac{y^2}{\frac{1}{4}}-\frac{x^2}{2}=1$

$F_1\left(0,\frac{3}{2}\right)\ ,F_2\left(0,-\frac{3}{2}\right)$

$,V_1\left(0,\frac{1}{2}\right)\ ,V_2\left(0,\frac{-1}{2}\right)\ ,M(\mp\sqrt{2},0)$

س/ جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه على محور الصادات ، وطول محوره المرافق ($2\sqrt{2}$) وحدة ، واختلافه المركزي يساوي (3)

sol :

$2b=2\sqrt{2} \Rightarrow b=\sqrt{2} \Rightarrow b^2=2$

$e=\frac{c}{a}$

$3=\frac{c}{a} \Rightarrow c=3a \Rightarrow c^2=9a^2$

$c^2=a^2+b^2$

$9a^2=a^2+2$

$8a^2=2 \Rightarrow a^2=\frac{2}{8} \Rightarrow a^2=\frac{1}{4}$

$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$

(2021/"تمهيدي"تطبيقي")

$\frac{y^2}{\frac{1}{4}}-\frac{x^2}{2}=1$

(2023/"2"تطبيقي")

$4y^2-\frac{x^2}{2}=1$ ……………………………… *

ملاحظة / اذا لم يذكر المعادلة * لايحاسب الطالب

جد بأستخدام التعريف معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وبؤرتيه $(\mp 2\sqrt{2}, 0)$ وينطبق محوراه على المحورين الإحداثيين ، والقيمة المطلقة للفرق بين بعدي اي نقطة من نقاطه عن البؤرتين يساوي (4) وحدات.

sol :

نفرض $f(x,y)$ تنتمي للقطع الزائد

$|PF_1 - PF_2| = 2a$

(2/2020)

$PF_1 - PF_2 = \pm 4 \quad [2a = 4]$

$F_1(2\sqrt{2}, 0), F_2(-2\sqrt{2}, 0)$ البؤرتان

$$\sqrt{(x-2\sqrt{2})^2 + y^2} - \sqrt{(x+2\sqrt{2})^2 + y^2} = \mp 4$$

$$\sqrt{x^2 - 4\sqrt{2}\,x + 8 + y^2} = \pm 4 + \sqrt{x^2 + 4\sqrt{2}\,x + 8 + y^2}$$ بالتربيع

$$x^2 - 4\sqrt{2}\,x + 8 + y^2 = 16 \pm 8\sqrt{x^2 + 4\sqrt{2}\,x + 8 + y^2} + x^2 + 4\sqrt{2}\,x + 8 + y^2$$

$$\left[\mp 8\sqrt{x^2 + 4\sqrt{2}\,x + 8 + y^2} = 16 + 8\sqrt{2}x\right] \div 8$$

$$\mp\sqrt{x^2 + 4\sqrt{2}x + 8 + y^2} = 2 + \sqrt{2}\,x$$ بالتربيع

$$x^2 + 4\sqrt{2}x + 8 + y^2 = 4 + 4\sqrt{2}\,x = 2x^2$$

$$[x^2 - y^2 = 4] \div 4$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$$ معادلة القطع الزائد القائم

اذا علمت أن $\frac{x^2}{2h-6} + \frac{y^2}{3k+1}$ معادلة القطع الذي مركزة نقطة الأصل ، وأحدى بؤرتيه $(0,-3)$ ، وطول محوره الصغير يساوي 4 وحدات ، جد قيمة $a, b \in R$

sol :

من البؤرة $(0,-3) \rightarrow \; c = 3 \quad \rightarrow \; c^2 = 9$

$2b = 4 \quad \rightarrow \; b = 2 \quad \rightarrow b^2 = 4$

$c^2 = a^2 + b^2 \quad \rightarrow a^2 = 9 + 4 = 13$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{13} = 1$$

$$\rightarrow \quad \frac{x^2}{2h-6} + \frac{y^2}{3k+1} = 1$$

(2/2022"تطبيقي")

$a^2 = 3k + 1 \; \rightarrow \; 13 = 3k + 1$

$\rightarrow 3k = 13 - 1 \rightarrow 3k = 12$

$\rightarrow \therefore k = 4$

$b^2 = 2h - 6 \; \rightarrow \; 4 = 2h - 6$

$\rightarrow 2h = 4 + 6 \rightarrow 2h = 10$

$\rightarrow \therefore h = 5$

اذا كانت $p\ (3\ ,\ell)$ نقطة تنتمي الى معادلة القطع الزائد $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{8}=1$ الذي مركزه نقطة الأصل , جد ℓ ، ثم جد نصف القطر البؤري المرسوم في الجهة السرى من تلك النقطة.

sol :

$a^2=1 \quad , \quad b^2=8 \quad p\ (3\ ,\ell)$

∵ النقطة تنتمي للقطع

∴ تحقق معادلته

$$\frac{9}{1}-\frac{\ell^2}{8}=1$$

$$\frac{\ell^2}{8}=9-1 \quad \rightarrow \ell^2=64$$

$$\therefore\ \ell=\mp 8$$

(2022/"تمهيدي"احيائي ")

$(3,8\ ),(3,-8\ )$

$c^2=\ a^2+\ b^2$

$c^2=1+8$

$c^2=9$

$c=3$

البؤرتان هي $(\mp 3,0\ )$

$$PF_2=\ \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$=\sqrt{(3+3)^2+(8-0)^2}$$

$$=\sqrt{36+64}$$

$$=\sqrt{100}$$

$=10$ وحدة طول

جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل بؤرتاه تنتمي لمحور الصادات ويمر بالنقطتين $(-3,6)\ ,(1\ ,\sqrt{20})$

sol :

$$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$$

$$(1,\sqrt{20}) \ \rightarrow \frac{20}{a^2}-\frac{1}{b^2}=1 \ \ldots\ldots\ldots \ (1)$$

$$(-3\ ,6) \rightarrow \frac{36}{a^2}-\frac{9}{b^2}=1 \ldots\ldots\ldots(2)$$

بضرب معادلة (1) بـ (9) :

$$\frac{180}{a^2}-\cancel{\frac{9}{b^2}}=9$$

$$\mp\frac{36}{a^2}\pm\cancel{\frac{9}{b^2}}=\mp 1$$ بالطرح

$$\frac{144}{a^2}=8 \ \Rightarrow\ a^2=18$$

بتعويض قيمة a^2 في معادلة (1) :

$$\frac{180}{18}-\frac{9}{b^2}=9$$

(1/2022"احيائي ")

$$10-\frac{9}{b^2}=9$$

$$10-\frac{9}{b^2}=9 \ \Rightarrow b^2=9$$

اصبحت المعادلة للقطع الزائد

$$\frac{y^2}{18}-\frac{x^2}{9}=1$$

س/ قطع ناقص معادلته $h x^2 + k y^2 = 36$ ومركزه نقطة الأصل ومجموع مربعي طولي محوريه يساوي (60) . وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته $y^2 = 4\sqrt{3}\,x$. فما قيمة كل من $h\ ,\ k \in R$ ؟

(2/1998)

(2/2017)

(3/2023 "تطبيقي")

sol :

$(h x^2 + k y^2 = 36) \div 36$

$\frac{x^2}{\frac{36}{h}} + \frac{y^2}{\frac{36}{k}} = 1$ ——(1)

$(2a)^2 + (2b)^2 = 60$

$(4a^2 + 4b^2 = 60) \div 4$

$\rightarrow\ a^2 + b^2 = 15$

$\therefore a^2 = 15 - b^2$

بالمقارنة مع المعادلة $y^2 = 4\sqrt{3}x$

$y^2 = 4px$

$4p = 4\sqrt{3}$

$p = \sqrt{3}$

بؤرة القطع المكافئ $F \therefore (\sqrt{3}, 0)$

بؤرتا القطع الناقص $\therefore F_1(\sqrt{3}, 0)\ ,\ F_2(-\sqrt{3}, 0)$

$c = \sqrt{3} \rightarrow c^2 = 3$

$a^2 = b^2 + c^2$

$(15 - b^2) = b^2 + 3$

$2b^2 = 12$

$b^2 = 6$

$\therefore\ a^2 = 15 - 6 = 9$

المعادلة هي: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

بالمقارنة مع المعادلة رقم (1) , (2)—— $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1$

$\therefore \frac{36}{h} = 9 \rightarrow h = \frac{36}{9} = 4$

$\therefore \frac{36}{k} = 6 \rightarrow \therefore k = \frac{36}{6} = 6$

س/ النقطة $(\frac{1}{3}, 2)$ تنتمي الى القطع المكافئ الذي راسه نقطة الأصل وبؤرته تنتمي الى محور السينات والتي هي احدى بؤرتي القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل و النسبة بين طولي محوريه $\frac{5}{4}$ جد معادلة كل من القطعين المكافئ والناقص .

(2/1999)

(1/2017 "خارج القطر")

sol :

تحقق معادلته ← تنتمي للقطع $(\frac{1}{3}, 2)$

$y^2 = 4px$

$4 = 4p\,(\frac{1}{3})$

$12 = 4p$

$p = 3$

بؤرة القطع المكافىء $(3, 0)$

معادلة القطع المكافىء $y^2 = 12x$

بؤرتي القطع الناقص $(3,0), (-3,0)$ $c = 3$

$\frac{2a}{2b} = \frac{5}{4}$

$4a = 5b$

$a = \frac{5b}{4}$ ....(1

$\therefore a^2 = b^2 + c^2$ ....(2

$(\frac{5b}{4})^2 = b^2 + 9$

$\rightarrow [\frac{25b^2}{16} = b^2 + 9].16$

$25b^2 = 16b^2 + 144$

$\rightarrow 9b^2 = 144$

$\rightarrow b^2 = 16 \quad b = 4$

$a = \frac{5b}{4}$

$a = \frac{5.4}{4} = \frac{20}{4} = 5$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

معادلة القطع الناقص $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته $y^2 + 8x = 0$ علما بأن القطع الناقص يمر بالنقطة $.(2\sqrt{3}, \sqrt{3})$

sol :

(2/2014) (1/2000)

$y^2 + 8x = 0$

$y^2 = -8x$

$y^2 = -4px$ بالمقارنة مع المعادلة القياسية

$-4p = -8$

$p = 2 \quad (-2, 0)$ ∴ بؤرة القطع المكافئ

وهي احدى بؤرتي القطع الناقص

∴ بؤرتا القطع الناقص هما $(-2, 0)\ (2, 0)$

$c = 2 \quad \therefore c^2 = 4$

$a^2 = b^2 + c^2 = b^2 + 4$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ المعادلة هي

القطع الناقص يمر بالنقطة $.(2\sqrt{3}, \sqrt{3})$

∴ تحقق معادلته :

$$\frac{(2\sqrt{3})^2}{b^2+4} + \frac{(\sqrt{3})^2}{b^2} = 1$$

$$\left(\frac{12}{b^2+4} + \frac{3}{b^2} = 1\right) \times b^2(b^2+4)$$

$12b^2 + 3(b^2+4) = b^2(b^2+4)$

$12b^2 + 3b^2 + 12 = b^4 + 4b^2$

$b^4 - 11b^2 - 12 = 0$

$(b^2+1)(b^2-12) = 0$

$b^2 + 1 \neq 0$ يهمل

$b^2 - 12 = 0$

$b^2 = 12$

(2017/" تمهيدي") (3/2017"اسئلة الموصل") (2/2018"خارج القطر")

$$\therefore \frac{x^2}{12+4} + \frac{y^2}{12} = 1$$

$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ المعادلة المطلوبة :

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزة نقطة الاصل واحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافىء $x^2 = 24y$ والفرق بين طولي محوريه يساوي **4** وحدات طول

sol :

$x^2 = 24y$

$x^2 = 4py$ نقارنها مع المعادلة القياسية (2/2004)

$4p = 24 \rightarrow p = 6$

بؤرة القطع المكافىء $(0,6)$ وهي احد بؤرة القطع الناقص $\therefore c = 6$

$2a - 2b = 4\ ] \div 2$

$a - b = 2 \rightarrow \ a = b + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$

$c^2 = a^2 - b^2$

$\rightarrow 36 = (b+2)^2 - b^2$

$36 = b^2 + 4b + 4 - b^2$ (2/2015"خارج القطر")

$\rightarrow 4b = 36 - 4$

$\rightarrow 4b = 32 \ \rightarrow b = 8$ نعوضها في (1)

$\therefore b^2 = 64$

$a = 8 + 2 = 10$

$\rightarrow a^2 = 100$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$ معادلة القطع الناقص

س/ لتكن $y^2 + 12x = 0\ ,y^2 - 12x = 0$ معادلتي قطعين مكافئين جد بؤرة كل منهما ومعادلة دليله ثم جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطعين المكافئين وطول محوره الصغير يساوي **10** وحدات

sol :

$y^2 = 12x \ , y^2 = 4px \ \rightarrow 4p = 12$

$\rightarrow 4p = 12 \ \rightarrow p = 3$ (2/2005)

$x^2 = -12x\ , x^2 = -4px \ \rightarrow 4p = 12 \ \rightarrow \ p = 3$

معادلة دليلهما $x = 3\ ,\ x = -3$, بؤرتي القطعين المكافئين

وهما بؤرتي القطع الناقص $(3,0)\ ,\ (-3,0)$

$2b = 10 \ \rightarrow b = 5 \ \therefore b^2 = 25$

$a^2 = b^2 + c^2 \ \rightarrow a^2 = 9 + 25 \ \rightarrow a^2 = 34$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\ ,\quad \frac{x^2}{34} + \frac{y^2}{25} = 1$ معادلة القطع الناقص

س جد معادلة القطع الناقص الذي احدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ $y^2 = -8x$ وطول محوره الكبير يساوي ثلاثة امثال طول محوره الصغير.

sol :

$y^2 = -8x$

$y^2 = -4px$

$\rightarrow 4p = 8$

$\rightarrow p = 2 \quad \rightarrow (-2, 0)$ بؤرة القطع المكافيء

$(\pm 2, 0)$ بؤرة القطع الناقص $\rightarrow c = 2 \in$ محور السينات

$2a = 3(2b)$

$\rightarrow a = 3b \ldots\ldots\ldots (1)$

$a^2 = b^2 + c^2 \ldots\ldots\ldots (2)$

نعوض معادلة رقم (1) في (2)

(2010/" تمهيدي ")

$9b^2 = b^2 + 4$

$\rightarrow 8b^2 = 4$

$\rightarrow b^2 = \frac{1}{2}$

$\rightarrow b = \frac{1}{\sqrt{2}}$ نعوضها في (1)

$\rightarrow a = \frac{3}{\sqrt{2}} \quad \therefore a^2 = \frac{9}{2}$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{\frac{9}{2}} + \frac{y^2}{\frac{1}{2}} = 1$

$\rightarrow \frac{2x^2}{9} + \frac{2y^2}{1} = 1$ معادلة القطع الناقص

س جد معادلة القطع الناقص الذي مركز نقطة الاصل ومحوره على المحورين الاحداثين ويمر ببؤرة القطع المكافئ $y^2 - 16x = 0$ ومساحة منطقة القطع الناقص تساوي 20π وحدة مساحة.

sol :

(2/2024"محاولات")

$y^2 = 16x$

$y^2 = 4px$

$\rightarrow 4p = 16 \quad \rightarrow p = 4 \rightarrow (4, 0)$ بؤرة القطع المكافيء

$(4, 0) \in$ القطع الناقص

$\rightarrow$ either $a = 4$ OR $b = 4$

(1/2010)

$ab\pi = 20\pi$

$\rightarrow ab = 20$

if $a = 4 \quad \rightarrow 4b = 20 \quad \rightarrow b = 5$ تهمل

if $b = 4 \quad \rightarrow 4a = 20 \quad \rightarrow a = 5$

بما ان القطب يقع على محور السينات فان البؤرتين والرأسين على محور الصادات

(2/2023"تطبيقي")

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ معادلة القطع الناقص

س قطع ناقص راساه $(5\pm, 0)$ واحدى بؤرتيه بؤره القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل والمار دليله بالنقطة(-3,4) جد معادلة القطعين المكافئ والناقص

sol :

بما ان رأسي القطع الناقص يقعان على محور السينات فان بؤرتيه يقعان على محور السينات ايضا أي ان بؤرة القطع المكافئ تقع على محور السينات كذلك.

ولأن دليل القطع المكافئ يمر بالنقطة (-3,4)

فإن معادلة الدليل $x = -3$

$F(3,0)$ بؤرة القطع المكافئ

$\rightarrow p = 3, y^2 = 4px$

$\rightarrow y^2 = 12x$ معادلة القطع المكافئ

$(\pm 3, 0)$ بؤرتي القطع الناقص $\rightarrow c = 3 \quad \therefore c^2 = 9$

$(\pm 5, 0)$ رأسي القطع الناقص $\rightarrow a = 5 \quad \therefore a^2 = 2$

$a^2 = b^2 + c^2$

(1/2012"خارج القطر")

$\rightarrow 25 = b^2 + 9$

$\rightarrow b^2 = 16$

(1/2018"خارج القطر")

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ معادلة القطع الناقص

جد معادلة القطع الناقص الذي تقع بؤرتاه على محور السينات ومركزه نقطة الاصل والنسبة بين طولي محورية كنسبة 1:2 ويقطع القطع المكافىء $y^2 = 8x$ عند $x = 2$

sol :

في القطع المكافىء $y^2 = 8x$ عند $x = 2$ فان

$y^2 = 16 \rightarrow y = \pm 4 \rightarrow (2,4), (2,-4) \in$ للقطع

$\frac{2b}{2a} = \frac{1}{2} 2a = 2(2b)$

$\rightarrow 2a = 4b \rightarrow a = 2b$ .... (1) في القطع الناقص

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

("1/2013"خارج القطر)

$\rightarrow \frac{4}{(2b)^2} + \frac{16}{b^2} = 1$

$\rightarrow \frac{4}{4b^2} + \frac{16}{b^2} = 1$

$\rightarrow \frac{1}{b^2} + \frac{16}{b^2} = 1$

$\frac{17}{b^2} = 1 \rightarrow b^2 = 17$

$\rightarrow b = \sqrt{17}$ نعوضها في(1)

$\rightarrow a = 2\sqrt{17} \rightarrow a^2 = 68$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{68} + \frac{y^2}{17} = 1$ معادلة القطع الناقص

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزة نقطة الاصل واحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ $y^2 - 12x = 0$ وطول محوره الصغير يساوي 8 وحدات

sol :

$y^2 = 12x$, $y^2 = 4px \rightarrow 4p = 12 \rightarrow p = 3$

بؤرة القطع المكافىء $(3,0)$ ∴ بؤرتي القطع الناقص$(\pm 3, 0)$

$\rightarrow c = 3$ في القطع الناقص $\rightarrow c^2 = 9$

$2b = 8 \rightarrow b = 4 \rightarrow b^2 = 16$

$a^2 = b^2 + c^2$

$\rightarrow a^2 = 16 + 9 = 25$

("2014/" تمهيدي)

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ معادلة القطع الناقص

لتكن $k x^2 + 4 y^2 = 36$ معادلة قطع ناقص مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه هي بؤرتي القطع المكافىء الذي معادلته $y^2 = 4\sqrt{3}\, x$. جد قيمة (k)

sol :

$[\, k x^2 + 4 y^2 = 36 \,] \div 36$

$\frac{x^2}{\frac{36}{k}} + \frac{y^2}{9} = 1$

(3/2016)

$y^2 = 4\sqrt{3}\, x$ من معادلة القطع المكافىء

$y^2 = 4px$

$\rightarrow 4p = 4\sqrt{3}$

$\rightarrow p = \sqrt{3}$

بؤرة القطع المكافىء$(\sqrt{3}, 0)$ وهي احدى بؤرتي القطع الناقص

$c = \sqrt{3} \rightarrow c^2 = 3$

$a^2 = \frac{36}{k}$, $b^2 = 9$, $c^2 = 3$

$a^2 = b^2 + c^2$

$\rightarrow \frac{36}{k} = 9 + 3$

$\rightarrow 12k = 36$

$\rightarrow k = 3$

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي طول محوره الكبير يساوي 12cm وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافىء $x^2 - 12y = 0$ بطريقة التعريف

sol :

$2a = 12$ العدد الثابت

(1/2017)

$x^2 = 12y$ من معادلة القطع المكافىء

$4p = 12 \rightarrow p = 3$

$\therefore (0,3)$ بؤرة القطع المكافىء وهي احدى بؤرتي القطع الناقص

$F_1(0,3), F_2(0,-3)$ بؤرتا القطع الناقص هما

ليكن (x, y) تنتمي للقطع الناقص

من تعريف القطع الناقص

$\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 2a$ (تعريف القطع الناقص)

$\sqrt{(x-0)^2 + (y-3)^2} + \sqrt{(x-0)^2 + (y+3)^2} = 12$

$\sqrt{x^2 + (y-3)^2} = 12 - \sqrt{x^2 + (y+3)^2}$ بتربيع الطرفين

$x^2 + y^2 - 6y + 9 = 144 - 24\sqrt{x^2 + (y+3)^2} + x^2 + y^2 + 6y + 9$

$[24\sqrt{x^2 + (y+3)^2} = 144 + 12y] \div 12$

$2\sqrt{x^2 + (y+3)^2} = 12 + y$ بتربيع الطرفين

$4(x^2 + y^2 + 6y + 9) = 144 + 24y + y^2$

$4x^2 + 4y^2 + 24y + 36 = 144 + 24y + y^2$

$[4x^2 + 3y^2 = 108] \div 108$

$\frac{x^2}{27} + \frac{y^2}{36} = 1$ معادلة القطع الناقص

س/ قطع ناقص مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافىء $y^2 + 4\sqrt{5}x = 0$ ومجموع مربعي طولي محوريه (52) وحده طول, جد معادلته.

sol :

(1/2017 "اسئلة الموصل")

$y^2 = -4\sqrt{5}\,x$

$y^2 = -4p\,x$

$4p = 4\sqrt{5} \rightarrow p = \sqrt{5}$

هي بؤرة القطع المكافئ وهي احدى بؤرتي القطع الناقص

$(-\sqrt{5}, 0) \therefore$

$\therefore c = \sqrt{5} \rightarrow c^2 = 5$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$(2a)^2 + (2b)^2 = 52$

$\rightarrow [4a^2 + 4b^2 = 52] \div 4$

$a^2 + b^2 = 13$

$\rightarrow a^2 = 13 - b^2 \ldots\ldots\ldots(1)$

$c^2 = a^2 - b^2$

$\rightarrow 5 = 13 - b^2 - b^2$

$2b^2 = 13 - 5$

$\rightarrow 2b^2 = 8 \rightarrow b^2 = 4$ نعوض في (1)

$a^2 = 13 - 4 \rightarrow a^2 = 9$

$\frac{x^2}{9} + \frac{x^2}{4} = 1$

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ $x^2 - 24y = 0$ ومجموع طولي محوريه (36) وحدة .

sol :

(2/2017 "خارج القطر")

$x^2 - 24y = 0$

$x^2 = 24y$

$x^2 = 4py$ بالمقارنة مع المعادلة القياسية

$4p = 24 \quad \Rightarrow p = 6$

$\Rightarrow F(0, 6)$ بؤرة القطع المكافئ

$\therefore F_1(0, 6)$, $F_2(0, -6)$ بؤرتا القطع الناقص

$\therefore c = 6$, $(2a + 2b = 36) \div 2$

$a + b = 18$

$\Rightarrow a = 18 - b \ldots\ldots\ldots(1)$

(2019/ "تمهيدي")

$a^2 = b^2 + c^2$

$\Rightarrow (18 - b)^2 = b^2 + 36$

$324 - 36b + b^2 = b^2 + 36$

$\Rightarrow 36b = 288 \Rightarrow b = \frac{288}{36} = 8$ نعوض في (1)

$\therefore a = 18 - b = 18 - 8 = 10$

$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$

(2023/تمهيدي " تطبيقي")

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه $(0,6)$ ويمس دليل القطع المكافئ $y^2 = -12x$

sol :

احدى بؤرتيه$(0,6)$

(2023/تمهيدي "أحيائي")

$$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$$

$\therefore c = 6 \rightarrow c^2 = 36$

$y^2 = -12x$

(1/2018)

$y^2 = -4px$

$4p = 12 \quad \rightarrow p = 3$

$\therefore x = 3$ معادلة الدليل

القطع الناقص يمس دليل القطع المكافىء بالنقطة $(3,0)$ وهي تمثل احد القطبين

$\therefore b = 3 \quad \rightarrow b^2 = 9$

$c^2 = a^2 - b^2$

$\rightarrow 36 = a^2 - 9$

$\rightarrow a^2 = 36 + 9 = 45$

$$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{45}=1$$ المعادلة

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه تنتميان لمحور السينات ومركزه في نقطة الاصل وطول محوره الكبير ضعف طول محوره الصغير ويقطع القطع المكافئ $y^2 + 8x = 0$ عند النقطة التي احداثيها السيني يساوي (-2)

sol :

$\because$ البؤرتان تنتمي لمحور السينات

$\therefore$ المعادلة القياسية للقطع الناقص $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

$2a = 2(2b) \Rightarrow a^2 = 4b^2$

نعوض $x = -2$ في معادلة القطع المكافئ

$y^2 + 8x = 0$

(1/2019)

$y^2 + 8(-2) = 0$

$\Rightarrow y^2 = 16 \Rightarrow y = \mp 4$

$\therefore$ نقاط التقاطع بين القطع الناقص والمكافئ

$(-2,4) \quad , \quad (-2,-4)$

نعوض $(-2,4)$, $a^2 = 4b^2$ في المعادلة القياسية للقطع الناقص

$\frac{4}{4b^2}+\frac{16}{b^2}=1$

$\frac{1}{b^2}+\frac{16}{b^2}=1 \Rightarrow \frac{17}{b^2}=1 \quad \Rightarrow b^2 = 17$

$a^2 = 4(17)$

(2/2021 "احيائي")

$\Rightarrow \quad 68 = a^2$

$\therefore$ معادلة القطع الناقص $\frac{x^2}{68}+\frac{y^2}{17}=1$

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نطة الاصل وبؤرتاه على محور السينات والبعد بين بؤرتيه يكون مساويا للبعد بين بؤرة القطع المكافئ $y^2 + 24 = 0$ ومعادلة دليله علما ان مساحة القطع الناقص يساوي $80\,\pi$

sol :

$y^2 + 24x = 0$

(1/2019 "تطبيقي")

$y^2 = -24x$

$y^2 = 4px \quad \rightarrow \ -4p = -24$

$\therefore p = \frac{-24}{-4} = 6 \quad \Rightarrow \quad F(-6\ ,0)$ للمكافئ

$\therefore$ بؤرتي القطع الناقص

$(-6,\ 0)\ ,\ (6,0) \quad \therefore \Rightarrow \ C = 6 \ \Rightarrow C^2 = 36$

$\because ab\,\pi = 80\,\pi \quad \rightarrow \quad a = \frac{80}{b}$ .... (1)

$\because \ C^2 = a^2 - b^2$

$36 = \left(\frac{80}{b}\right)^2 - b^2$

$\left[36 = \frac{6400}{b^2} - b^2\right].b^2$

$36b^2 = 6400 - b^4$

$\Rightarrow \ b^4 + 36b^2 - 6400 = 0$

$(b^2 + 100)(b^2 - 64) = 0$

اما $b^2 + 100 = 0 \quad \Rightarrow \ b^2 = -100$ يهمل

او $b^2 = 64 \qquad \rightarrow \quad b = 8$ نعوضها في(1)

$\therefore a = \frac{80}{8} = 10 \qquad \rightarrow a^2 = 100$

$\therefore$ معادلة القطع الناقص $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$

س: جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ $y^2 = 12x$ وطول محوره الصغير (10) وحدات

sol :

$y^2 = 12x$ في المكافئ

$\because y^2 = 4px$ القياسية

$\therefore 4p = 12 \Rightarrow p = 3 \Rightarrow F(3,0)$

في الناقص : احدى بؤرتيه $(3,0)$

$\therefore C = 3 \Rightarrow C^2 = 9$

$\because 2b = 10 \quad \div 2 \Rightarrow b = 5$

$\Rightarrow b^2 = 25$

("تطبيقي"3/2019)

$\because a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 25 + 9$

$\therefore a^2 = 34$

$\because \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ القياسية

$\therefore \frac{x^2}{34} + \frac{y^2}{25} = 1$ معادلة ق ن

س: جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه نقطتا تقاطع المنحني $x^2 + y^2 - 3x = 16$ مع محور الصادات ويمس دليل القطع المكافئ $y^2 = 12x$

sol :

نجد نقاط التقاطع مع محور الصادات نجعل $x = 0$

$y^2 = 16$

$y = \pm 4$

$\therefore$ نقاط التقاطع مع محور الصادات هي $(0,4),(0,-4)$ وهما بؤرتا القطع الناقص

$c = 4 \quad \Rightarrow c^2 = 16$

("احيائي"1/2020)

$y^2 = 12x$

$y^2 = 4px$

$4p = 12 \Rightarrow p = 3$

معادلة الدليل $x = -3$

نقطة تماس القطع الناقص مع الدليل هي $(-3,0)$ وهي تمثل القطب

$b = 3 \Rightarrow b^2 = 9$

$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow 16 = a^2 - 9 \Rightarrow a^2 = 25$

$\because$ البؤرتان على محور الصادات

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$

س: جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته $y^2 - 12x = 0$ وطول محوره الصغير يساوي (10) وحدات

sol :

("تمهيدي"تطبيقي"/2020)

$y^2 - 12x = 0$

$\left.\begin{array}{l} y^2 = 12x \\ y^2 = 4px \end{array}\right\}$ بالمقارنة

$4p = 12$

$p = 3$

$F(3,0)$ بؤرة القطع المكافئ وهي احدى بؤرتين القطع الناقص

$\therefore c = 3$

$2b = 10 \rightarrow b = 5$

$c^2 = a^2 - b^2$

$9 = a^2 - 25 \rightarrow a^2 = 9 + 25 \rightarrow a^2 = 34$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{34} + \frac{y^2}{25} = 1$ معادلة القطع الناقص

س/ قطع ناقص معادلته $kx^2 + hy^2 = 36$ مركزه نقطة الاصل مجموع مربعي طولي محوريه يساوي (52) احدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ والذي معادلته $y^2 = 4\sqrt{5}x$ جد $K, h \in R$

sol :

$$Kx^2 + hy^2 = 36 \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{36}{K}} + \frac{y^2}{\frac{36}{h}} = 1$$

$y^2 = 4\sqrt{5}x$ المكافئ

$y^2 = 4px \Rightarrow 4p = 4\sqrt{5} \Rightarrow p = \sqrt{5}$

$F_{\text{ناقص}}(5,0) = F_{\text{ناقص}}(c,0)$

(1/2020)

$\therefore c = \sqrt{5} \Rightarrow c^2 = 5$

$a^2 - b^2 = c^2 \Rightarrow a^2 - b^2 = 5 \quad \ldots\ldots\ldots(1)$

$(2a)^2 + (2b)^2 = 52 \Rightarrow 4a^2 + 4b^2 = 52$

$a^2 + b^2 = 13 \quad \ldots\ldots\ldots(2)$

$a^2 - b^2 = 5 \quad \ldots\ldots\ldots(1)$

$2a^2 = 18 \Rightarrow a^2 = 9$

$b^2 = a^2 - c^2 \Rightarrow b^2 = 9 - 5 \Rightarrow b^2 = 4$

المعادلة $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

$$\frac{x^2}{\frac{36}{K}} + \frac{y^2}{\frac{36}{h}} = 1$$

$\frac{36}{K} = 9 \Rightarrow 9K = 36 \Rightarrow K = \frac{36}{9} \Rightarrow K = 4$

$\frac{36}{h} = 4 \Rightarrow 4h = 36 \Rightarrow h = 9$

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل , وبؤرتاه تنتميان الى محور السينات والذي يقطع القطع المكافئ $y^2 + 8x = 0$ عند النقطة التي احداثيها الصادي يساوي (4) وطول محوره الصغير يساوي نصف طول محوره الكبير

sol :

$= 4 \Rightarrow$ نعوض $\quad (4)^2 + 8x = 0$

$8x = -16$

$x = -2$

$\therefore p(-2 , 4) \Leftrightarrow (x_1, y_1)$

وبذلك نعوض نقطة p في المعادلة $\Leftarrow$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{4}{a^2} + \frac{16}{b^2} = 1$

$\because 2b = \frac{1}{\cancel{2}}(\cancel{2}a)$

$2b = a$ علاقة $\Rightarrow \quad a^2 = 4b^2$

نعوض العلاقة في المعادلة اعلاه

$\frac{4}{4b^2} + \frac{16}{b^2} = 1$

(2/2022"احيائي")

$\frac{1}{b^2} + \frac{16}{b^2} = 1$

$\frac{17}{b^2} = 1 \Rightarrow b^2 = 17$

$\therefore a^2 = 4(17) \Rightarrow a^2 = 68$

$\frac{x^2}{68} + \frac{y^2}{17} = 1$

قطع ناقص مركزه نقطة الأصل ومعادلته $8x^2 + 2y^2 = k$ والمسافة بين بؤرتيه تساوي المسافة بين بؤرة القطع المكافئ $y^2 = 4\sqrt{3}\,x$ ودليله ، جد قيمة (k)

sol :

$[8x^2 + 2y^2 = k] \div k$

$\frac{x^2}{\frac{k}{8}} + \frac{y^2}{\frac{k}{2}} = 1$

$y^2 = 4\sqrt{3}\,x$ من معادلة القطع المكافئ

$y^2 = 4px$

(1/2024 "محاولات تطبيقي")

$\rightarrow 4p = 4\sqrt{3}$

$\rightarrow p = \sqrt{3}$

المسافة بين البؤرة ودليله $= 2\sqrt{3}$

$2c = 2\sqrt{3} \rightarrow c = \sqrt{3} \rightarrow c^2 = 3$

$a^2 = \frac{k}{2}$, $b^2 = \frac{k}{8}$, $c^2 = 3$

$a^2 = b^2 + c^2$

$\rightarrow \frac{k}{2} = \frac{k}{8} + 3$

$\rightarrow \frac{k}{2} - \frac{k}{8} = 3$

$\rightarrow \frac{4k - k}{8} = 3 \rightarrow \frac{3k}{8} = 3$

$\rightarrow k = 8$

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل ، ومجموع مربعي طولي محوريه 256 ، وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي بؤرته تنتمي الى محور السينات ودليله يمر بالنقطة $(-4, 17)$

sol :

$F \in \overline{X}$

$\therefore$ الدليل يمر بالنقطة (-4,17)

$\therefore p = 4$, $F(4, 0)$

بؤرة القطع المكافئ وهي احدى بؤرتي القطع الناقص

$\therefore c = 4 \rightarrow c^2 = 16$

(1/2024 "محاولات أحيائي")

$(2a)^2 + (2b)^2 = 256$

$4a^2 + 4b^2 = 256 \quad \div 4 \rightarrow a^2 + b^2 = 64 \ldots\ldots(1$

$a^2 - b^2 = c^2 \rightarrow a^2 - b^2 = 16 \ldots\ldots(2$

$a^2 + \cancel{b^2} = 64 \ldots\ldots(1$

$a^2 - \cancel{b^2} = 16 \ldots\ldots(2$ بالجمع

(1/2024)

$2a^2 = 80 \div 2 \rightarrow a^2 = 40$

$\because a^2 - b^2 = 16$

$\therefore 40 - b^2 = 16 \rightarrow b^2 = 40 - 16 \rightarrow b^2 = 24$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \rightarrow \frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{24} = 1$

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ $x^2 - 24y = 0$ ويمر من نقطة تقاطع منحني الدالة $x^2 + y^2 + 16y - 64 = 0$ مع محور السينات

sol :

(2/2024)

$x^2 = 24y$

$x^2 = 4py$ بالمقارنة

$4p = 24$

$p = 6 \rightarrow (0, 6)$ وتمثل $\rightarrow c = 6 \rightarrow c^2 = 36$

$(6, 0)$ بؤرة القطع المكافئ احدى بؤرتين القطع الناقص

نقطة تقاطع المنحني مع محور السينات

$y = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 + (0)^2 + 6(0) - 64 = 0$

$x^2 = 64 \rightarrow x = \pm 8$

وتمثل قيمة $b = 8 \rightarrow b^2 = 64$

$\therefore a^2 = b^2 + c^2$

$= 64 + 36 \quad \rightarrow \quad a^2 = 100$

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$ معادلة القطع الناقص

ملاحظة : لا يحاسب الطالب على التقديم والتأخير في استعمال معطيات السؤال

قطع زائد طول محوره الحقيقي (6) وحدات . وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطة $(1,2\sqrt{5}), (1, -2\sqrt{5})$ جد معادلتي القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل والقطع الزائد الذي مركزه الأصل

sol :

(1/1997)

$2a = 6 \rightarrow a = 3$

بما إن النقطتين $(1,2\sqrt{5}), (1,-2\sqrt{5})$ متناظرتان حول محور السينات

البؤرة تنتمي لمحور السينات. ∴ المعادلة هي $y^2 = 4px$

نعوض إحدى النقطتين . مثلا نعوض النقطة $(1,2\sqrt{5})$ في المعادلة

$y^2 = 4px$

(1/2013)

$(2\sqrt{5})^2 = 4p$ .... (1)

$\rightarrow 20 = 4p \rightarrow p = 5$

بؤرة القطع المكافئ = وهي احدى بؤرتي القطع الزائد $F(5,0)$

$\therefore y^2 = 4px$

$\rightarrow y^2 = 4(5)x$

(1/2014)

$\rightarrow y^2 = 20x$ معادلة القطع المكافئ

بؤرتا القطع الزائد هما $F_1(5,0)$, $F_2(-5,0)$

$c = 5$, $a = 3$

$\therefore b^2 = c^2 - a^2 = 25 - 9 = 16$

(1/2016 "خارج القطر")

(1/2023 "تطبيقي")

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$ معادلة القطع الزائد المطلوبة

جد معادلة القطع الزائد الذي بورتاه هما بؤرتي القطعين المكافئين $y^2 = 20x , y^2 = -20x$ والفرق بين طولي محوريه الحقيقي والمرافق يساوي 2 وحدة

sol :

$y^2 = 20x$, $y^2 = 4px \rightarrow 4p = 20 \rightarrow p = 5$

$y^2 = -20x$, $y^2 = -4px \rightarrow 4p = 20 \rightarrow p = 5$

بؤرتي القطعين المكافئين وهما بؤرتي القطع الزائد $(\pm 5, 0)$

$\rightarrow c = 5$ في القطع الزائد

اما $2a - 2b = 2$

$\rightarrow a - b = 1$

$\rightarrow a = b + 1$ ……………… (1)

$c^2 = a^2 + b^2$ …… (2) , نعوض معادلة رقم (1) في (2)

(2/2001)

$25 = (1+b)^2 + b^2$

$\rightarrow 25 = b^2 + 2b + 1 + b^2$

$\rightarrow 2b^2 + 2b - 24 = 0$

$b^2 + b - 12 = 0$

$\rightarrow (b+4)(b-3) = 0$

$\rightarrow b = 3$ نعوض في (1)

$\rightarrow a = 3 + 1 = 4$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$ معادلة القطع الزائد

او $2b - 2a = 2$

$\rightarrow b - a = 1$

$\rightarrow b = a + 1$ ……………… (1)

$c^2 = a^2 + b^2$ …… (2) , نعوض معادلة رقم (1) في (2)

$25 = (a+1)^2 + a^2$

$\rightarrow 25 = a^2 + 2a + 1 + a^2$

$\rightarrow 2a^2 + 2a - 24 = 0$

$a^2 + a - 12 = 0$

$\rightarrow (a+4)(a-3) = 0$

$\rightarrow a = 3$ نعوض في (1)

$\rightarrow b = 3 + 1 = 4$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$ معادلة القطع الزائد

جد معادلة القطع الزائد الذي بورتاه هما بؤرتي القطعين المكافئين $y^2 = 20x \ , \ y^2 = -20x$ وطول محوره المرافق 8 وحدات

sol :

$y^2 = 20x$

$y^2 = 4px \ \to 4p = 20 \ \to p = 5$

$y^2 = -20x$

$y^2 = -4px \ \to 4p = 20 \ \to p = 5$

بؤرتي القطعين المكافئين و هما بؤرتي القطع الزائد $(\pm 5, 0)$

$\to c = 5$ في القطع الزائد

(1/2005)

$2b = 8 \ \to b = 4$

(1/2008)

$c^2 = a^2 + b^2$

$\to 25 = a^2 + 16 \ \to a^2 = 9$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

(4/2015 "أسئلة النازحين")

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ معادلة القطع الزائد

ليكن $5y^2 - 4x^2 = k$ قطع زائد احدى بؤرتيه بؤره القطع المكافىء $4y - \sqrt{5}x^2 = 0$ جد قيمة h

sol :

$[5y^2 - 4x^2 = h] \div h$

(2/2015)

$\frac{5y^2}{h} - \frac{4x^2}{h} = 1$

(1/2024 "محاولات")

$\to \frac{5y^2}{h} - \frac{4x^2}{h} = 1$

$\to \frac{y^2}{\frac{h}{5}} - \frac{x^2}{\frac{h}{4}} = 1$

$\to a^2 = \frac{h}{5} \ , \quad b^2 = \frac{h}{4}$

$4y - \sqrt{5}x^2 = 0$ من معادلة القطع المكافىء

$\sqrt{5}\, x^2 = 4y$

$x^2 = \frac{4}{\sqrt{5}} y$

$x^2 = 4py$ بالمقارنة مع المعادلة القياسية القطع المكافىء

$4p = \frac{4}{\sqrt{5}} \ \to p = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\left(0, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$ بؤرة القطع المكافىء وهي احدى بؤرتي القطع الزائد

$\therefore c = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad , c^2 = \frac{1}{5}$

$c^2 = a^2 + b^2$

$\left[\frac{1}{5} = \frac{h}{5} + \frac{h}{4}\right] \ . (20)$

$4 = 4h + 5h \quad \to 4 = 9h \quad \to h = \frac{4}{9}$

قطع زائد طول محوره الحقيقي (6) وحدات . وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطة $(1, 2\sqrt{7}) , (1, -2\sqrt{7})$ جد معادلتي القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل والقطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل .

sol :

$2a = 6 \qquad a = 3 \to a^2 = 9$

بما إن القطع المكافىء متناظر حول الجزء الموجب للمحور السيني

$y^2 = 4px$ المعادلة القياسية للقطع المكافىء هي

$(1 . 2\sqrt{7})$ نعوض إحدى النقطتين . مثلا نعوض النقطة

$y^2 = 4\,p\,x$ في المعادلة

$(2\sqrt{7})^2 = 4\,(1)\,p$

$\to 28 = 4\,p \quad \to \ p = 7$

$F\,(7 , 0)$ بؤرة القطع المكافئ وهي احدى بؤرتي القطع الزائد

$\therefore y^2 = 4\,p\,x$

$\to \ y^2 = 28\,x$ معادلة القطع المكافىء

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ المعادلة القياسية للقطع الزائد

$c = 7 \quad \to c^2 = 49$

$c^2 = b^2 + a^2$

(1/2018)

$\to b^2 = c^2 - a^2$

$= 49 - 9 = 40$

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{40} = 1$ معادلة القطع الزائد المطلوبة

س/ جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل وأحد بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ $y^2 + 16x = 0$ اذا علمت ان القطع الزائد يمر بالنقطة $(6, 2\sqrt{2})$

sol :

القطع المكافئ $y^2 + 16x = 0$

$y^2 = -16x$

$y^2 = -4px$ بالمقارنة مع

$\therefore 4p = 16$

$p = 4$

$\therefore$ البؤرة $(-4, 0)$

(1/2019"خارج القطر"تطبيقي)

القطع الزائد

$c = 4 \Rightarrow c^2 = 16$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ المعادلة القياسية

$\because$ القطع يمر بالنقطة $(6, 2\sqrt{2})$

$\frac{36}{a^2} - \frac{8}{b^2} = 1] . (a^2b^2)$

$36b^2 - 8a^2 = a^2b^2 \quad \dots\dots (1)$

$\because \; c^2 = a^2 + b^2$

$16 = a^2 + b^2 \Rightarrow a^2 = 16 - b^2 \quad \dots\dots (2)$

نعوض (2) في (1)

$36b^2 - 8(16 - b^2) = (16 - b^2)b^2$

$36b^2 - 128 + 8b^2 = 16b^2 - b^4$

$b^2 + 28b^2 - 128 = 0$

$(b^2 + 32)(b^2 - 4) = 0$

$b^2 + 32 = 0 \Rightarrow b^2 = -32$ تهمل

$b^2 - 4 = 0 \Rightarrow b^2 = 4$

$\because \; a^2 = 16 - b^2$

$\therefore a^2 16 - 4 \Rightarrow a^2 = 12$

$\therefore \frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$

س/ قطع زائد مركزه نقطة الاصل , معادلته $kx^2 - 9y^2 = h$ وطول محوره الحقيقي (6) حيث واحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ المار بالنقطتين $(1,4), (1,-4)$ جد قيمة $K, h \in R$

sol :

القطع المكافئ :- متناظر حول محور السينات لان النقطتان $(1,4), (1,-4)$ متناظرتان حول محور السينات

$\therefore y^2 = 4px$

$(1,4)$ تحقق

$16 = 4p(1)$

$p = 4$

$F(4, 0)$

بؤرة القطع المكافئ واحدى بؤرتي القطع الزائد

$[kx^2 - 9y^2 = h] \div h$

$\frac{x^2}{\frac{h}{k}} - \frac{y^2}{\frac{h}{9}} = 1$

(1/2019"تطبيقي")

$a^2 = \frac{h}{k} \quad , \quad b^2 = \frac{h}{9}$

$2a = 6 \quad \Rightarrow a = 3$

$F(4, 0)$

$c = 4 \quad \Rightarrow c^2 = 16$

$b^2 = c^2 - a^2$

$b^2 = 16 - 9$

$\Rightarrow b^2 = 7$

$b^2 = \frac{h}{9}$

$\Rightarrow \quad 7 = \frac{h}{9} \quad \Rightarrow h = 63$

$a^2 = \frac{h}{k}$

$\Rightarrow \quad 9 = \frac{63}{k} \quad \Rightarrow k = 7$

قطع زائد مركزه نقطة الاصل القيمة المطلقة لفرق بعدي اي نقطة من نقاطه عن بؤرتيه تساوي (8) وحدات واحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل ، ويمر بالنقطتين $(1,\pm2\sqrt{5})$ جد معادلتي القطعين المكافئ والزائد

sol :

$\because$ القطع المكافئ يمر بنقطتين $(1,\mp2\sqrt{5})$

$\therefore$ القطع سيني لانه متناظر حول محور السينات

$$y^2 = 4px$$

نعوض احدى النقطتين

$$(2\sqrt{5})^2 = 4p(1) \Rightarrow 20 = 4p \Rightarrow p = 5$$

بؤرة المكافئ $(5,0)$

$\therefore$ معادلة القطع المكافئ $y^2 = 4px$

$$y^2 = 4(5)x \quad \Rightarrow y^2 = 20x$$

القطع الزائد

$$2a = 8 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow a^2 = 16$$

بؤرة المكافئ تمثل بؤرة القطع الزائد

$$\therefore C = 5 \quad \Rightarrow \quad C^2 = 25$$

(2/2022"احيائي")

$$\therefore \quad b^2 = c^2 - a^2$$

$$b^2 = 25 - 16 \Rightarrow b^2 = 9$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$ معادلة القطع الزائد

قطع زائد معادلته $hx^2 - 9y^2 = 18$ ومركزه نقطة الأصل يمر ببؤرة بؤره القطع المكافيء الذي معادلته $x = \frac{1}{4\sqrt{3}}y^2$ جد قيمة $h \in R$

sol :

$$[hx^2 - 9y^2 = 18] \div 18$$

$$\frac{x^2}{\frac{18}{h}} - \frac{y^2}{2} = 1$$

("3/2023"أحيائي)

$$\rightarrow a^2 = \frac{16}{h} \quad , \quad b^2 = 2$$

بالمقارنة مع المعادلة القياسية القطع المكافيء $y^2 = 4\sqrt{3}\,x$

$$4p = 4\sqrt{3} \rightarrow p = \sqrt{3}$$

$(\sqrt{3},0)$ بؤرة القطع المكافيء وهي احدى بؤرتي القطع الزائد

$$V_1(\sqrt{3},0) \,\&\, V_2(-\sqrt{3},0)$$

$$a = \sqrt{3} \rightarrow a^2 = 3 \rightarrow \therefore\ a^2 = \frac{18}{h}$$

$$\rightarrow 3 = \frac{18}{h} \rightarrow h = 6$$

F_1 بؤرة القطع المكافئ $x^2 + 24y = 0$ ، F_2 هي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته $y^2 = 32x$ جد معادلة القطع الزائد الذي احدى بؤرتيه F_2 وطول محوره المرافق يساوي طول $\overline{F_1F_2}$

sol :

في القطع المكافئ $x^2 + 24y = 0$

$$X^2 = -24y$$

$$x^2 = -4py \rightarrow -4p = -24 \rightarrow p = 6$$

$$\therefore \ F_1(0,6)$$

في القطع المكافئ

$$y^2 = 32x$$

$$y^2 = 4px \rightarrow \quad 4p = 32 \rightarrow \ p = 8$$

$$\therefore F_2(8,0)$$

(1/2021"تطبيقي")

في القطع الزائد يكون $C = 8$

$$2b = \overline{F_1F_2} = \sqrt{(8-0)^2 + (0+6)^2}$$

$$= \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$$

(1/2024)

$$\therefore 2b = 10 \Rightarrow \ b = 5$$

(1/2024"محاولات")

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\Rightarrow \ 64 = a^2 + 25 \Rightarrow a^2 = 39$$

معادلة القطع الزائد $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \ \Rightarrow \ \frac{x^2}{39} - \frac{y^2}{25} = 1$

* تم اعتماد على ان القطع الزائد مركزه نقطة الاصل

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الزائد الذي معادلته $x^2-3y^2=12$ والنسبة بين طولي محوريه كنسبة $\frac{5}{3}$

sol :

$[x^2-3y^2=12]\div 12$

(1/2000) ("2007/"تمهيدي") (2/2008"خارج القطر") (3/2013) (4/2014"أسئلة النازحين") (1/2015"أسئلة الانبار") (1/2019"خارج القطر") (2/2021"تطبيقي") (1/2024"محاولات")

$\rightarrow \frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$ في القطع الزائد

$a^2=12\ \ ,b^2=4$

$\rightarrow c^2=a^2+b^2$

$\rightarrow c^2=12+4\ \rightarrow c^2=16\ \ \rightarrow c=4$

بؤرتي القطع الزائد وهما بؤرتي القطع الناقص $(4,0),(-4,0)$

$\rightarrow c=4$ القطع الناقص

$\frac{2a}{2b}=\frac{5}{3}\rightarrow 3a=5b$

$\rightarrow a=\frac{5b}{3}\ldots\ldots\ldots(1)$

$,a^2=b^2+c^2\ldots\ldots\ldots(2)$ نعوض(1)في(2)

$\left[\frac{25b^2}{9}=b^2+16\right].9$

$\rightarrow 25b^2=9b^2+144$

$\rightarrow 16b^2=144$

$\rightarrow b^2=9\rightarrow b=3$

$a=\frac{5}{3}.3\ \rightarrow a=5\ \ \therefore a^2=25$

$\therefore \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ معادلة القطع الناقص

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل والبعد بين بؤرتيه 8 وحدات وراساه هما بؤرتي القطع الزائد $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$

sol :

(1/2007)

$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ في القطع الزائد

$\rightarrow a^2=16\ ,b^2=9$

$c^2=a^2+b^2$

$\rightarrow c^2=25\ \rightarrow c=5$

بؤرتي القطع الزائد وهما رأسي القطع الناقص$(\pm5,0)$

$\rightarrow\ a=5$ في القطع الناقص

$2c=8\ \ \rightarrow c=4\ \ ,\therefore c^2=16$

$a^2=b^2+c^2$

$\rightarrow 25=b^2+16\ \ \ \ \rightarrow b^2=9$

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ معادلة القطع الناقص

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي يمر ببؤرتي القطع الزائد $9y^2-16x^2=144$ ، ويقطع من محور السينات (12) وحدة.

sol :

$9y^2-16x^2=144\ ]\div 144$ من معادلة القطع الزائد

$\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{9}=1\ \ \ ,a^2=16\ \ ,b^2=9$

$c^2=a^2+b^2=16+9=25\ \Rightarrow\therefore c=5$

$(0,-5),(0,5)$بؤرتي القطع الزائد

if $a=5$

$2b=12\ \Rightarrow b=6$

$b>a$ وهذا لا يمكن

(2/2020"تطبيقي")

$\therefore b=5$

$2a=12\ \Rightarrow a=6$

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{25}=1$ معادلة القطع الناقص

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه هما بؤرتا القطع الزائد الذي معادلته $x^2 - 3y^2 = 12$ والنسبة بين طولي محوريه يساوي $\frac{5}{3}$ ومركزه نقطة الاصل.

sol :

من معادلة القطع الزائد

$$x^2 - 3y^2 = 12] \div 12$$

$$\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow a^2 = 12 \ , b^2 = 4$$

$$c^2 = a^2 + b^2 = 12 + 4 = 16$$

(1/2020 "تطبيقي")

$$\therefore \ c = 4$$

بؤرتي القطع الزائد $(4,0)$, $(-4,0)$ وهما بؤرتا القطع الناقص

$\therefore c = 4$ ق . ن

$$\frac{2a}{2b} = \frac{5}{3} \rightarrow 5b = 3a \Rightarrow b = \frac{3a}{5} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow 16 = a^2 - \frac{9a^2}{25}] * 25$$

$$400 = 25a^2 - 9a^2 \Rightarrow 16a^2 = 400$$

$$a^2 = \frac{400}{16} = 25 \rightarrow a = 5$$ نعوض a في (1)

$$b = \frac{3(5)}{5} = \frac{15}{5} = 3 \Rightarrow b^2 = 9$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

س/ جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص $3x^2 + 5y^2 = 120$ والنسبة بين طول محوره الحقيقي والبعد بين بؤرتيه كنسبة $\frac{1}{2}$

sol :

$$3x^2 + 5y^2 = 120 \quad \rightarrow \frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{24} = 1$$

$$\rightarrow a^2 = 40 \ , \ b^2 = 24$$

$$\rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \quad \rightarrow 40 = 24 + c^2$$

$$\rightarrow c^2 = 16 \quad \rightarrow c = 4$$

بؤرتا القطع الناقص (وهما بؤرتا القطع الزائد) $F_1(4,0), F_2(-4,0)$

$c = 4$ في القطع الزائد $\therefore c^2 = 16$

$$\frac{2a}{2c} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow 2c = 4a \quad \rightarrow c = 2a$$

(1/2001)

$$\rightarrow 4 = 2a \quad \rightarrow a = 2 \quad \therefore a^2 = 4$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

(3/2016)

$$\rightarrow 16 = 4 + b^2 \quad \rightarrow b^2 = 12$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$$ معادلة القطع الزائد

س/ قطع زائد مركزه نقطة الأصل ومعادلته $h\,x^2 - k\,y^2 = 90$ وطول محوره الحقيقي $(6\sqrt{2})$ وحدة وبؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته $9x^2 + 16y^2 = 576$ جد قيمتي كل من h , k التي تنتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية ؟

sol :

$$[\ h\,x^2 - k\,y^2 = 90\ ] \div 90$$

(1/1998)

(2/2012)

$$\frac{x^2}{\frac{90}{h}} - \frac{y^2}{\frac{90}{k}} = 1 \text{ ———— } (1)$$

$$2a = 6\sqrt{2} \quad \rightarrow \quad a = 3\sqrt{2}$$ للقطع الزائد

$$|\ 9x^2 + 16y^2 = 576\ | \div 576$$

$$\rightarrow \quad \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$$

(1/2015 "خارج القطر")

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$ بالمقارنة مع المعادلة القياسية

$$a^2 = 64 \quad , \quad b^2 = 36$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{64 - 36} = \sqrt{28}$$

$$= 2\sqrt{7}$$

بؤرتا القطع الناقص هما $F_1(2\sqrt{7}, 0)$, $F_2(-2\sqrt{7}, 0)$ وهما بؤرتا القطع الزائد

$a = 3\sqrt{2}$ للقطع الزائد $c = 2\sqrt{7}$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$= 28 - 18 = 10$$

معادلة القطع الزائد هي :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

(3/2016 "خارج القطر")

$$\rightarrow \frac{x^2}{18} - \frac{y^2}{10} = 1 \text{ ———— } (2)$$

بمقارنة المعادلة رقم (2) مع المعادلة رقم (1) ينتج :

$$\frac{90}{h} = 18$$

(1/2017 "خارج القطر")

$$\rightarrow h = \frac{90}{18} = 5 \quad \rightarrow h = 5$$

(1/2017)

$$\frac{90}{k} = 10$$

(3/2023 "تكميلي")

$$\rightarrow k = \frac{90}{10} = 9 \quad \rightarrow k = 9$$

س/ جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هم رأسي القطع الناقص $x^2+9y^2=36$ والنسبة بين طول محوره الحقيقي الى البعد بين بؤرتيه تساوي $\frac{1}{2}$ وينطبق محوراه على المحورين الاحداثيين.

sol :

$[x^2+9y^2=36]\div 36$

$\rightarrow \frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{4}=1 \quad \rightarrow a^2=36 \quad \rightarrow a=6$

رأسي القطع الناقص وهما بؤرتي القطع الزائد $(\pm 6,0)$

$\rightarrow c=6$ في القطع الزائد $\quad \therefore c^2=36$

$\frac{2a}{2c}=\frac{1}{2}$ (2/2002)

$\rightarrow 2c=4a$

$\rightarrow c=2a \quad \rightarrow 6=2a \quad \rightarrow a=3 \quad \therefore a^2=9$

$c^2=a^2+b^2 \quad \rightarrow 36=9+b^2 \quad \rightarrow b^2=27$

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{27}=1$ معادلة القطع الزائد

(2/2004)(2005/ تمهيدي)(2/2006)(2/2008)(3/2014)

س/ قطعان زائد وناقص احدهما يمر ببؤرتي الاخر جد معادلة القطع الزائد اذا علمت ان معادلة القطع الناقص هي $9x^2+25y^2=225$ علما ان محوريهما على المحورين الاحداثيين.

sol :

بما ان احدهما يمر ببؤرتي الاخر فهذا يعني ان بؤرتي القطع الناقص هما راسي القطع الزائد ورأسي القطع الناقص هما بؤرتي القطع الزائد

$[9x^2+25y^2=225]\div 225$

$\rightarrow \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ في القطع الناقص

$\rightarrow a^2=25 \quad \rightarrow a=5 \ , \ b^2=9 \quad \rightarrow b=3$

$c^2=a^2-b^2 \quad \rightarrow c^2=25-9=16 \quad \rightarrow c=4$

بؤرتي القطع الناقص وهما رأسي القطع الزائد $(4,0),(-4,0)$

رأسي القطع الناقص وهما بؤرتي القطع الزائد $(5,0),(-5,0)$

$a=4 \ , c=5$ في القطع الزائد

$c^2=a^2+b^2 \rightarrow 25=16+b^2 \quad \rightarrow b^2=9$

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \ , \quad \frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ معادلة القطع الزائد

س/ جد معادلة القطع الزائد الذي يمر ببؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{24}=1$ والنسبة بين البعد بين بؤرتيه وطول محوره المرافق كنسبة $\frac{5}{4}$

sol :

$\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{24}=1$

$\rightarrow a^2=49 \ , \ b^2=24$

$\rightarrow a^2=b^2+c^2 \ \rightarrow 49=24+c^2$

$\rightarrow c^2=25 \ \rightarrow c=5$

بؤرتاه القطع الناقص وهما رأسي القطع الزائد $(\pm 5,0)$

$\rightarrow a=5$ في القطع الزائد

$\frac{2c}{2b}=\frac{5}{4}$ (2/2003)

$\rightarrow 4c=5b$ (2/2009)

$\rightarrow c=\frac{5b}{4}$ ………………(1)

$c^2=a^2+b^2$ ……(2) نعوض معادلة رقم(1)في(2)

$\left[\frac{25b^2}{16}=25+b^2\right].16$

$\rightarrow 25b^2=400+16b^2 \quad \rightarrow b^2=\frac{400}{9}$

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ ("تمهيدي"/2009)

$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{\frac{400}{9}}=1$ معادلة القطع الزائد

س/ جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما رأسا القطع الناقص $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$ وطول محوره الحقيقي (12) وحدة وينطبق محوراه على المحورين الاحداثيين.

sol :

$\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$ في القطع الناقص

$\rightarrow a^2=100 \quad \rightarrow a=10$

هما راسا القطع الناقص وهما بؤرتا القطع الزائد $(10,0),(-10,0)$

$c=10 \quad ,2a=12 \quad \rightarrow a=6$ في القطع الزائد

$c^2=a^2+b^2$

$\rightarrow 100=36+b^2 \quad \rightarrow b^2=64$

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ ("خارج القطر"1/2007)

$\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{64}=1$ معادلة القطع الزائد

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه تنطبق على ببؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ والنسبة بين طول محوره الحقيقي الى البعد بين بؤرتيه تساوي $\frac{1}{2}$

sol :

في القطع الناقص $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$

$\rightarrow a^2=25\ ,\ b^2=9$

$\rightarrow a^2=b^2+c^2$

$\rightarrow 25=9+c^2 \quad \rightarrow c^2=16 \quad \rightarrow c=4$

بؤرتي القطع الناقص وهما بؤرتي القطع الزائد $(\pm 4,0)$

في القطع الزائد $\rightarrow c=4$

$\frac{2a}{2c}=\frac{1}{2}$

$\rightarrow c=2a$

(2008/"تمهيدي")

$\rightarrow 4=2a \rightarrow a=2$

$c^2=a^2+b^2$

$\rightarrow 16=4+b^2$

$\rightarrow b^2=12$

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

معادلة القطع الزائد $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$

جد معادلة القطع الزائد الذي رأساه هما بؤرتي القطع الناقص $9x^2+5y^2=45$ والمسافة بين بؤرتيه تساوي ضعف طول محوره المرافق.

sol :

$[9x^2+5y^2=45\ ]\div 45$

$\rightarrow \frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{9}=1$

(1/2013"خارج القطر")

$\rightarrow a^2=9 \quad \rightarrow b^2=5$

$c^2=a^2-b^2$

$\rightarrow c^2=9-5 \quad \rightarrow c^2=4$

بؤرتي القطع الناقص وهما رأسي القطع الزائد $(\pm 2,0)$

في القطع الزائد $\rightarrow a=2$

$2c=2(2b)$

$\rightarrow c=2b \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$

$c^2=a^2+b^2 \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$ نعوض(1) في(2)

$\rightarrow 4b^2=4+b^2$

$\rightarrow 3b^2=4$

$\rightarrow b^2=\frac{4}{3}$

$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$

معادلة القطع الزائد $\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{\frac{4}{3}}=1$

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما رأسا القطع الناقص $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$ والمار ببؤرتي القطع الناقص نفسه ثم جد مساحة القطع الناقص

sol :

في القطع الناقص $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$

$\rightarrow a^2=100 \quad \rightarrow a=10$

هما راسا القطع الناقص وهما بؤرتا القطع الزائد $v_1(10,0), v_2(-10,0)$

$b^2=64 \quad \rightarrow b=8$

$c^2=a^2-b^2$

(1/2015"خارج القطر")

$\rightarrow c^2=100-64$

$\rightarrow c^2=36 \quad \rightarrow c=6$

هما بؤرتاه القطع الناقص $F_1(6,0), F_2(-6,0)$

وهما رأسا القطع الزائد

في القطع الزائد

$c^2=a^2+b^2$

$\rightarrow 100=36+b^2$

$\rightarrow b^2=100-36 \quad \rightarrow b^2=64$

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

معادلة القطع الزائد $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{64}=1$

$A=a.b.\pi$

$A=10.(8).\pi$

$A=80\,\pi\,u^2$

جد معادلة القطع الزائد والناقص اذا كان كل منهما يمر ببؤرة الاخر وكلاهما تقعان على محور السينات وطول المحور الكبير يساوي $6\sqrt{2}$ وحدة طول وطول المحور الحقيقي يساوي 6 وحدة طول.

sol :

القطع الناقص

$2a = 6\sqrt{2} \ \rightarrow a = 3\sqrt{2}$

$V_1(3\sqrt{2}, 0), V_2(-3\sqrt{2}, 0)$ رأسا القطع الناقص

$F_1(3\sqrt{2}, 0), F_2(-3\sqrt{2}, 0)$ وهما بؤرتي القطع الزائد

$c = 3\sqrt{2}$ في القطع الزائد

(1/2016)

القطع الزائد

$2a = 6 \ \rightarrow a = 3$

$F_1(3, 0), F_2(-3, 0)$ رأسا القطع الزائد

$V_1(3, 0), V_2(-3, 0)$ وهما بؤرتي القطع الناقص

$c = 3$ في القطع الناقص

(2/2017 "اسئلة الموصل")

$a^2 = b^2 + c^2$

$(3\sqrt{2})^2 = b^2 + (3)^2$

$\rightarrow 18 = b^2 + 9 \ \rightarrow b^2 = 9$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$ معادلة القطع الناقص

القطع الزائد

$c^2 = a^2 + b^2$

$(3\sqrt{2})^2 = (3)^2 + b^2 \ \rightarrow 18 = 9 + b^2 \ \rightarrow b^2 = 9$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} = 1$ معادلة القطع الزائد

جد معادلة القطع الزائد الذي يمر ببؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{35} + \frac{y^2}{10} = 1$ والنسبة بين طول محوره المرافق و البعد بين بؤرتيه كنسبة $\frac{2}{3}$

sol :

$\frac{x^2}{35} + \frac{y^2}{10} = 1$

$\rightarrow a^2 = 35 \ , \ b^2 = 10$

$\rightarrow a^2 = b^2 + c^2$

$\rightarrow 35 = 10 + c^2 \ \rightarrow c^2 = 25 \rightarrow c = 5$

$(\pm 5, 0)$ بؤرتاه القطع الناقص وهما رأسي القطع الزائد

$\rightarrow a = 5$ في القطع الزائد

$\frac{2b}{2c} = \frac{2}{3} \ \rightarrow 2c = 3b$

(3/2017)

$\rightarrow b = \frac{2c}{3}$ ……………… (1)

$c^2 = a^2 + b^2$ ……………… (2)

نعوض معادلة رقم(1)في(2)

$\left[c^2 = 25 + \frac{4c^2}{9}\right].9$

$\rightarrow 9c^2 = 225 + 4c^2$

$\rightarrow 5c^2 = 225 \ \rightarrow c^2 = 45$

$b^2 = c^2 - a^2$

$= 45 - 25 = 20$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{20} = 1$ معادلة القطع الزائد

س/ قطع زائد مركزه نقطة الاصل معادلته $hx^2 - ky^2 = 90$ وطول محوره الحقيقي $6\sqrt{2}$ وحدة طول وبؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته $9x^2 + 16y^2 = 576$ جد قيمة $h, k \in R$.

sol :

القطع الزائد $[hx^2 - ky^2 = 90] \div 90$

$$\rightarrow \frac{x^2}{\frac{90}{h}} - \frac{y^2}{\frac{90}{k}} = 1$$

$$\therefore a^2 = \frac{90}{h} \;\ldots\ldots\ldots\; (1)$$

$$b^2 = \frac{90}{k} \;\ldots\ldots\; (2)$$

("2/2019"تطبيقي)

$$\because [2a = 6\sqrt{2}] \div 2$$

$$\Rightarrow a = 3\sqrt{2} \quad \Rightarrow a^2 = 18$$

$$18 = \frac{90}{h}$$

$$\rightarrow h = \frac{90}{18} = 5 \in R$$

القطع الناقص $[9x^2 + 16y^2 = 576] \div 576$

$$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$$ بالمقارنة

$$\rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$\therefore a^2 = 64 \;,\; b^2 = 36$ حسب العلاقة للناقص

$$C^2 = a^2 - b^2$$

$$= 64 - 36 = 28$$

$$\Rightarrow C^2 = 28$$

وحسب العلاقة للزائد $C^2 = a^2 + b^2$

$$28 = 18 + b^2$$

$$\Rightarrow b^2 = 10$$

تعوض في معادلة (2) :-

$$10 = \frac{90}{k}$$

$$\Rightarrow k = \frac{90}{10} = 9 \in R$$

س/ جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه بؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{164} + \frac{y^2}{64} = 1$ ومجموعي طولي محوريه الحقيقي والمرافق يساوي (28) وحدة .

sol :

$$\frac{x^2}{164} + \frac{y^2}{64} = 1$$

$$a^2 = 164 \,, b^2 = 64 \quad \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2$$

$c^2 = 164 - 64$ للناقص

$c^2 = 100 = c^2$ للزائد

$F_1\,(10\,,0)\;,\;F_2\,(-10\,,0)$ بؤرتا القطع الناقص والزائد

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ المعادلة القياسية للزائد

$$=2a + 2b = 28\,] \div 2$$

(2/2019)

$$\Rightarrow \quad a + b = 14$$

$$\Rightarrow a = 14 - b$$

$$\therefore \quad c^2 = a^2 + b^2$$

$$100 = (14 - b^2) + b^2$$

$$100 = 196 - 28b + b^2 + b^2$$

$$2b^2 - 28b + 96 = 0\,] \div 2$$

$$\Rightarrow \quad b^2 - 14b + 48 = 0$$

$(b-8)(b-6) = 0$ اما $b = 8$ او $b = 6$

عندما $b = 8 \Rightarrow a = 14 - 8 \quad \Rightarrow a = 6$

عندما $b = 6 \quad \Rightarrow \quad a = 14 - 6 \Rightarrow a = 8$

$\therefore$ معادلة القطع الزائد

عندما $a = 6 \quad , b = 8$

$$\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$$

عندما $a = 8 \quad , \quad b = 6$

$$\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$$

ملاحظة :- اذا الطالب اخذ قيمة واحدة فقط يخصم منه درجة واحدة

جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه هما رأسا القطع الناقص الذي معادلته $x^2 + 9y^2 = 36$ ، والنسبة بين طولي محوره الحقيقي الى البعد بين بؤرتيه تساوي $\frac{1}{2}$.

(2/2023"أحيائي")

sol :

$x^2 + 9y^2 = 36 \ ] \div 36$

$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{4} = 1$

$\therefore a^2 = 36 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow V_1(6,0)$

$\because$ البؤرتان للزائد هما راسا القطع الناقص

$F_1(c,0) = V_1(6,0)$

$\therefore c = 6 \Rightarrow c^2 36$ للزائد

$\frac{2a}{2c} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2a = c$

$2a = 6 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow a^2 = 9$ للزائد

$\therefore b^2 = c^2 - a^2$

$= 36 - 9 \Rightarrow b^2 = 27$ للزائد

$\therefore$ المعادلة القياسية للزائد $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{27} = 1$

7 الاسئلة الوزارية حول "القطع الزائد + القطع الناقص+ القطع المكافىء"

س/ جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الزائد $8y^2 - x^2 = 32$ ويمس دليل القطع المكافىء $y^2 + 16x = 0$

(1/2006) (2/2016)

sol :

$8y^2 - x^2 = 32] \div 32$

$\frac{y^2}{4} + \frac{x^2}{32} = 1$

$a^2 = 4 \ , b^2 = 32$

$c^2 = a^2 + b^2$

$= 4 + 32 = 36$

$\rightarrow c = 6$

∴ بؤرتاه القطع الزائد $(0, 6)$, $(0, -6)$ و هما بؤرتا القطع الناقص

$c = 6 \ \therefore c^2 = 36$

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ المعادلة القياسية للقطع الناقص ∴

$c = 6 \ \rightarrow c^2 = 36$

$y^2 = -16x$ من معادلة القطع المكافىء

$y^2 = -4px$

$\rightarrow -4p = -16 \ \rightarrow p = 4$

$x = 4$ معادلة الدليل

∴ القطع الناقص يمس الدليل بالنقطة$(4, 0)$

و هي تمثل احد قطبي القطع الناقص

$b = 4 \rightarrow \ b^2 = 16$

$c^2 = a^2 - b^2$

$\rightarrow 36 = a^2 - 16 \rightarrow a^2 = 52$

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{52} = 1$ معادلة القطع الناقص

س/ جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ ويمس دليل القطع المكافئ $x^2 + 12y = 0$

(1/2001) (2/2014) (1/2015)

sol :

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ بالمقارنة مع المعادلة القياسية

$\rightarrow a^2 = 25 \quad , \quad b^2 = 9$

$\rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$

$F_1(0, 4), F_2(0, -4)$ بؤرتا القطع الناقص

(وهما بؤرتا القطع الزائد)

("3/2023"تطبيقي)

$c = 4$

$x^2 + 12y = 0 \qquad \rightarrow \ x^2 = -12y$

$x^2 = -4py$ بالمقارنة مع المعادلة القياسية

$\rightarrow \ -4p = -12 \qquad \rightarrow p = 3$

معادلة الدليل للقطع المكافئ $y = 3$ وبؤرته $(0, -3)$

$a = 3$ للقطع الزائد

$b^2 = c^2 - a^2$

(2024/تمهيدي)

$= 16 - 9 = 7$

$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

المعادلة المطلوبة : $\rightarrow \ \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{7} = 1$

س / جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص $25x^2+9y^2=225$ ويمس دليل القطع المكافئ $x^2+8y=0$

sol :

$[25x^2+9y^2=225]\div 225$

$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1 \quad \rightarrow a^2=25 \quad , \quad b^2=9$

$\rightarrow c^2=a^2-b^2 \quad \rightarrow 25-9=16 \quad \rightarrow c=4$

$F_1(0,4)\,,\,F_2(0,-4)$

بؤرتا القطع الناقص (وهما بؤرتا القطع الزائد)

$\therefore c=4$

$x^2+8y=0 \qquad \rightarrow \quad x^2=-8y$

$\rightarrow \quad 4p=8 \qquad \rightarrow p=2 \quad \rightarrow y=2$

∵ القطع الزائد يمس دليل القطع المكافىء في $(0,2)$

∴ $(0,2)$ تمثل احدى رأسي القطع الزائد

$a=2 \quad \rightarrow a^2=4$

$c^2=a^2+b^2$ (3/2015)

$16=4+b^2 \quad \rightarrow b^2=12$

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \;, \quad \frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$ معادلة القطع الزائد

س / جد معادلة القطع الزائد الذي مركزة نقطة الاصل وبؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$ وأحد رأسية هو بؤرة القطع المكافىء الذي معادلته $y^2+8x=0$

sol :

$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$ (2/2018)

$\rightarrow a^2=36 \;, \quad b^2=20$

$\rightarrow a^2=b^2+c^2$

$\rightarrow 36=20+c^2 \quad \rightarrow c^2=16 \rightarrow c=4$

اي $(\pm 4,0)$ وهي بؤرتي القطع الزائد

$x^2=-8x$ من القطع المكافىء

$\rightarrow 4p=8 \quad \rightarrow p=2$

$(-2,0),(2,0)$ الرأسين للقطع الزائد

$\therefore a^2=4 \quad \leftarrow a=2$ اي

$\therefore b^2=c^2-a^2$

$\rightarrow b^2=16-4 \quad \therefore b^2=12$

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \;, \quad \frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$ معادلة القطع الزائد

س / جد معادلة القطع الزائد الذي طول محوره الحقيقي يساوي البعد بين بؤرة القطع المكافىء $y^2-24x=0$ ودليله , كما ان بؤرتيه تمر برأسي القطع الناقص $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$

sol :

$y^2-24x=0$

$\rightarrow y^2=24x$ بالمقارنة (2/2017 "خارج القطر")

$y^2=4px$

$4p=24]\div 4 \quad \rightarrow p=6$

$2a=2p \quad \rightarrow a=p=6$

$\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$ من معادلة القطع الناقص

$a^2=100 \quad \rightarrow a=10$

∴ رأسا القطع الناقص $(10,0),(-10,0)$ وهما بؤرتاه القطع الزائد

$c=10 \quad \rightarrow c^2=100$

$c^2=a^2+b^2$ (1/2019 "خارج القطر")

$100=36+b^2$

$\rightarrow b^2=100-36 \quad \rightarrow b^2=64$

$\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{64}=1$

$\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{64}=1$ معادلة القطع الزائد

س / لتكن $Ky^2-hx^2=63$ معادلة قطع زائد مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه هما بؤرتا القطع الناقص الذي معادلته $25x^2+9y^2=225$ ويمس دليل القطع المكافئ $x^2+12y=0$ جد $h,K\in R$

sol :

$Ky^2-hx^2=63\}\div 63$

$\frac{y^2}{\frac{63}{K}}-\frac{x^2}{\frac{63}{h}}=1$ (1/2019) (2/2021 "احيائي")

$\Rightarrow a^2=\frac{63}{K} \quad , \; b^2=\frac{63}{h}$

$25x^2+9y^2=225$ من القطع الناقص

$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1 \quad \Rightarrow a^2=25 \quad , \; b^2=9$

$\because C^2=a^2-b^2$

$\Rightarrow C^2=25-9 \Rightarrow C^2=16$

∴ C^2 للقطع الزائد $=16$

$x^2=-12y \Rightarrow 4P=12$ من القطع المكافئ

$\therefore P=3 \Rightarrow$ a للزائد $=3$

$\therefore a^2=9$

$\therefore 9=\frac{63}{K} \quad \Rightarrow K=7$

$\because C^2=a^2+b^2 \quad \Rightarrow b^2=16-9 \quad \Rightarrow b^2=7$

$\therefore 7=\frac{63}{h} \quad \Rightarrow \; h=9$

س / جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه بؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$ ويمس دليل القطع المكافئ الذي معادلته $x^2+12y=0$

sol :

$$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$$

$a^2=25\ ,b^2=9\ \Rightarrow c^2=a^2-b^2$

$\Rightarrow c^2=25-9\ \Rightarrow c^2=16\ \Rightarrow c=4$

$\because$ بؤرتا القطع الناقص هما بؤرتي القطع الزائد

$F_1(0,4),F_2(0,-4)$

$$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$$

(2021/"تمهيدي" "احيائي")

$c=4\Rightarrow c^2=16$

$x^2=-12y$

$x^2=-4py$

$4p=12\ \Rightarrow p=3\qquad ,\quad y=3$ معادلة الدليل

$\because$ القطع الزائد يمس دليل القطع المكافئ في النقطة $(0,3)$ وهي تمثل احد رأسي القطع الزائد

$\therefore a=3\ \Rightarrow a^2=9$

$c^2=a^2+b^2$

$16=9+b^2\ \Rightarrow b^2=7$

$\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{7}=1$ معادلة القطع الزائد

س / جد معادلة قطع زائد مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$ واحد رأسيه بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته $y^2+8x=0$

sol :

$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$ من معادلة القطع الناقص

$a^2=36\ ,\ b^2=20\ \Rightarrow\ c^2=a^2-b^2$

$c^2=36-20=16\rightarrow c=4$

بؤرتي القطع الناقص $(-4,0),(4,0)$ وهما بؤرتا القطع الزائد

$\therefore\ c=4\ \in$ ق ز

$y^2+8x=0$ من معادلة القطع المكافئ

$y^2=-8x$

$y^2=-4px$ نقارنها مع

(3/2019"تطبيقي")

$-4p=-8\ \rightarrow p=\frac{-8}{-4}=2$

بؤرة ق م $(-2,0)$ وهي احدى رؤوس ق ز

$\therefore a=2\in$ ق ز

$c^2=a^2+b^2\ \rightarrow\ 16=4+b^2$

$b^2=16-4=12$

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ \Rightarrow\ \frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$ معادلة ق ز

س / جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص $\frac{y^2}{52}+\frac{x^2}{16}=1$ ويمس القطع المكافئ $x^2-16y=0$

sol :

$$\frac{y^2}{52}+\frac{x^2}{16}=1$$

$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1\ ,\ a^2=52\ ,b^2=16$

$c^2=a^2-b^2=52-16=36\ \Rightarrow\ c=6$

$F_1(0,6)\ ,\ F_2(0,-6)$

$F_{\text{الناقص}}=F_{\text{الزائد}}\Rightarrow c_{\text{الزائد}}=6$

$x^2-16y=0\ \Rightarrow x^2=16y$

$x^2=4py$

$4p=16\Rightarrow p=4$

$F_{\text{المكافئ}}(0,4)=(0,a)_{\text{للزائد}}$

$a_{\text{للزائد}}=4$

(1/2022"احيائي")

$\therefore b^2=c^2-a^2$

$b^2=36-16=20$

$$\therefore\ \frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$$

$\therefore$ معادلة القطع الزائد $\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{20}=1$

س/ قطع ناقص بؤرتاه هما بؤرتي القطع الزائد الذي معادلته $9y^2 - 16x^2 = 144$ ويمس دليل القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطتين $(-2,4\sqrt{2}),(-2,-4\sqrt{2})$ ، جد معادلة كلا من القطع الناقص والقطع المكافئ

(3/2023 "تكميلي")

sol :

بما ان القطع يمر بالنقطتين

$(-2,4\sqrt{2}),(-2,-4\sqrt{2})$

$\therefore$ معادلة القطع $y^2 = -4px$

$\because (-2,4\sqrt{2}) = (x,y)$

$(4\sqrt{2})^2 = -4p(-2)$

$\rightarrow 32 = 8p \rightarrow p = 4$

معادلة الدليل $x = 4$

$\therefore$ معادلة القطع المكافئ $y^2 = -4px$

$y^2 = -4(4)x \quad \rightarrow \quad y^2 = -16x$

من معادلة الزائد $9y^2 - 16x^2 = 144] \div 144$

$\frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{9} = 1$

$a^2 = 16 \quad , b^2 = 9$

$c^2 = a^2 + b^2$

$= 16 + 9 = 25$

$\therefore F_1(0,5) \qquad , F_2(0,-5)$

بما ان بؤرة القطع الناقص هي بؤرة الزائد

$\therefore c = 5 \Rightarrow c^2 = 25$

بما ان القطع الناقص يمس دليل القطع المكافئ

$\therefore x = 4$

$b^2 = 16$

$\therefore a^2 = b^2 + c^2$

$\rightarrow a^2 = 16 + 25 \rightarrow a^2 = 41$

$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$