## 20 درجة في الوزاري

## 1 الاسئلة الوزارية حول" برهن ان او هل ان او اثبت ان المعادلة التفاضلية"

**س** هل ان $y = x^3 - x - 2$ هو حلا للمعادلة التفاضلية $\frac{d^2y}{dx^2} - 6x = 0$

( 1/2011 )

( 2014/"تمهيدي" )

sol :

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 1$$

$$\rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = 6x$$

$$\text{LHS}: \frac{d^2y}{dx^2} - 6x = 6x - 6x = 0 \ \text{RHS}$$

اذن العلاقة المعطاة هي حل للمعادلة التفاضلية

(2011/ 1 اسئلة خارج القطر) ( 2015/ 4 اسئلة النازحين)
(2017/ 1 اسئلة خارج القطر) ( 2018/ 2)
(2021/2"تطبيقي") (3/2016)(1/2023"أحيائي")

**س** بين ان $y = e^{2x} + e^{-3x}$ هو حلاً للمعادلة التفاضلية $y''+y'-6y = 0$ (او)

اثبت ان $y = e^{2x} + e^{-3x}$ هو حلاً للمعادلة التفاضلية $y''+y'-6y = 0$

sol :

$y = e^{2x} + e^{-3x}$ $\qquad$ $y''+y'-6y=0$

$$y' = e^{2x}(2) + e^{-3x}(-3)$$

$$= 2e^{2x} - 3e^{-3x}$$

$$y'' = 2e^{2x}(2) - 3e^{-3x}(-3)$$

$$= 4e^{2x} + 9e^{-3x}$$

نعوض في الطرف الايسر للمعادلة التفاضلية

$$\text{LHS} = y''+y'-6y$$

$$= 4e^{2x} + 9e^{-3x} + 2e^{2x} - 3e^{-3x} - 6(e^{2x} + e^{-3x})$$

$$= 6e^{2x} + 6e^{-3x} - 6e^{2x} - 6e^{-3x} = 0 = \text{RHS}$$

$\therefore$ $y=e^{2x} + e^{-3x}$ هو حلاً للمعادلة التفاضلية $y''+y'-6y=0$

**س** هل يمثل: $y = x^3 + x - 2$ هو حلا للمعادلة التفاضلية $\frac{d^2y}{dx^2} - 6x = 0$

sol :

$$y = x^3 + x - 2$$

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 + 1$$

( 2/2017"خارج القطر" )

$$\rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = 6x$$

$\therefore$ المعادلة $y = x^3 + x - 2$

$\frac{d^2y}{dx^2} = 6x$ هي حل للمعادلة التفاضلية

**س** هل ان $y^2 = 3x^2 + x^3$ هو حل للمعادلة التفاضلية

$$y\,y'' + (y')^2 - 3x = 5$$

sol :

$$2y\,y' = 6x + 3x^2$$

( 2/2011 )

$$\rightarrow 2y\,y'' + y'.2y' = 6 + 6x$$

$$\rightarrow [2y\,y'' + 2(y')^2 = 6 + 6x] \div 2$$

( 2/2017 )

$$y\,y'' + (y')^2 = 3 + 3x$$

$$\rightarrow y\,y'' + (y')^2 - 3x = 3 \neq 5 \because \text{LHS} \neq \text{RHS}$$

اذن العلاقة المعطاة $y^2 = 3x^2 + x^3$

هي ليست حل للمعادلة التفاضلية $y\,y'' + (y')^2 - 3x = 5$

**س:** بين ان $y = ae^{-x}$ هو حل للمعادلة $y' + y = 0$

حيث $a \in R$

sol :

( 2012 / "تمهيدي" )

$y' + y = 0 \quad , \quad y = ae^{-x}$

(1/2024"محاولات تطبيقي")

$\Rightarrow y' = ae^{-x}(-1)$

$\Rightarrow y' = -ae^{-x}$

( 1 /2013 )

$y' + y \Rightarrow -ae^{-x} + ae^{-x} = 0$

$\Rightarrow y' + y = 0$ وبذلك يتم المطلوب

$\therefore$ $y=ae^{-x}$ هو حلاً للمعادلة التفاضلية $y' + y = 0$

(1/2012) (2015/"تمهيدي")
( 2016/"2 "اسئلة خارج القطر")
( 1/2017) (2019/"تمهيدي")
(1/2019 "خارج القطر" تطبيقي")
(2023/تمهيدي "أحيائي")(2024/تمهيدي)

**س:** برهن ان $y = 3\cos 2x + 2\sin 2x$

هو حلاً للمعادلة التفاضلية $y'' + 4y = 0$

sol :

$y = 3\cos 2x + 2\sin 2x, \quad y'' + 4y = 0$

$y' = 3\big(1 - \sin 2x(2)\big) + 2\big(\cos 2x(2)\big)$

$= -6\sin 2x + 4\cos 2x$

$y'' = -6\big(\cos 2x(2)\big) + 4\big(-\sin 2x(2)\big)$

$= -12\cos 2x - 8\sin 2x$

$LHS = y'' + 4y$

$= -12\cos 2x - 8\sin 2x + 4(3\cos 2x + 2\sin 2x)$

$= -12\cos 2x - 8\sin 2x + 12\cos 2x + 8\sin 2x$

$= 0 = RHS$

$\therefore$ $y = 3\cos 2x + 2\sin 2x$

هو حلاً للمعادلة التفاضلية $y'' + 4y = 0$

**س:** برهن ان $y = \sin x$ هو حل للمعادلة $y''+y=0$

sol :

$y'' + y = 0$ البرهان/

$x\ y = \sin$

( 1/2012"خارج القطر" )

$\Rightarrow y' = \cos x\,(1) = \cos x$

$\Rightarrow y'' = -\sin x\,(1) = -\sin x$

$\therefore LHS = y'' + y$

$= -\sin x + \sin x = 0 = RHS$

$\therefore$ $y = \sin\ x$ هو حلاً للمعادلة $y''+y=0$

**س:** بين ان $C \in R,\ \ln|y| = x^2 + c$

هو حلاً للمعادلة $y''=4x^2y + 2y$

sol :

$y'' = 4x^2y + 2y \quad , \quad \ln y = x^2 + c$

( 1/2013"خارج القطر" )

$\Rightarrow \dfrac{y'}{y} = 2x$

( 1/2015 )

$\Rightarrow y' = 2xy$

(2017/"تمهيدي"تطبيقي")

$\Rightarrow y'' = 2xy' + y(2)$

( 1/2024 )

$\Rightarrow y'' = 2xy' + 2y$

( 1/2024"محاولات أحياني" )

$\Rightarrow y'' = 2x(2xy) + 2y$

$\Rightarrow y''=4x^2y + 2y$ وبذلك يتم المطلوب

$\therefore$ $\ln|y| = x^2 + c$ هو حلاً للمعادلة التفاضلية

$y''=4x^2y + 2y$

**س/** بين ان العلاقة $y = x^2 + 3x$ هي حلا للمعادلة التفاضلية $xy' = x^2 + y$

sol :

نقوم بتعويضها بطرفي المعادلة التفاضلية $y' = 2x + 3$ للحصول على طرفي متساويين

$$LHS: xy' = x(2x+3) = 2x^2 + 3x$$

(3/2013)

(1/2014)

$$RHS: x^2 + y = x^2 + x^2 + 3x$$
$$= 2x^2 + 3x$$

$\because LHS = RHS$

اذن العلاقة $y = x^2 + 3x$ هي حلا للمعادلة التفاضلية $xy' = x^2 + y$

**س/** برهن ان $y = \cos x$ هو حل للمعادلة $y'' + y = 0$

sol :

البرهان/ $y'' + y = 0$

$x\ y = \cos$

(1/2014"أسئلة النازحين")

$$\Rightarrow y' = -\sin x\,(1)$$
$$= -\sin x$$
$$\Rightarrow y'' = -\cos x\,(1) = -\cos x$$
$$\therefore LHS = y'' + y = -\cos x + \cos x$$
$$= 0 = RHS$$

$\therefore x$ $y = \cos x$ هو حلاً للمعادلة $y'' + y = 0$

**س/** بين ان $\ln y^2 = x + a$ حلاً للمعادلة $2y' - y = 0$ $a \in R$

sol :

$$\ln y^2 = x + a \quad , \quad 2y' - y = 0$$

(2/2014)

$$2\ln y = x + a$$

(3/ 2023"تطبيقي")

(3/ 2023"احيائي")

$$\Rightarrow 2.\frac{1}{y}.y' = 1$$
$$\Rightarrow 2y' = y$$
$$\Rightarrow 2y' - y = 0$$

$\therefore \ln y^2 = x + a$ حلاً للمعادلة $2y' - y = 0$

**س/** اثبت ان $y = x\ln x$ احد حلول المعادلة $x\frac{dy}{dx} = x + y \quad , x > 0$

sol :

(3/2014)

(2/2021"احيائي")

$$\frac{dy}{dx} = (x)\left(\frac{1}{x}\right) + (\ln x)(1)$$
$$= 1 + \ln x$$

نقوم بتعويضها بطرفي المعادلة التفاضلية للحصول على طرفين متساويين

$$LHS: x\frac{dy}{dx} = x(1 + \ln x) = x + x\ln x$$
$$RHS: x + y = x + x\ln x = x + x\ln x$$

$\because LHS = RHS$

اذن العلاقة المعطاة هي حل للمعادلة التفاضلية

**س/** هل ان $y^2 = 3x^2 + x^3$ هو حل للمعادلة التفاضلية $y\ y'' + (y')^2 - 3x = 3$

sol :

(1/2015)

$$2y\,y' = 6x + 3x^2$$
$$\rightarrow [2y\,y'' + y'.2y' = 6 + 6x] \div 2$$

(1/2015"أسئلة النازحين")

$$y\,y'' + (y')^2 = 3 + 3x$$

(2/2023"أحيائي")

$$\rightarrow y\,y'' + (y')^2 - 3x = 3$$

اذن العلاقة المعطاة هي حل للمعادلة التفاضلية

**س/** هل يمثل $y = \tan x$ حلا للمعادلة التفاضلية $2yy' - y'' = 0$ ؟ بين ذلك

sol :

$$y = \tan x$$

(1/2019"خارج القطر"تطبيقي")

$$2yy' - y'' = 0$$
$$y' = \sec^2 x$$
$$y'' = 2\sec(\sec\tan x)$$
$$y'' = 2\sec^2 .\tan x$$
$$2yy' - y'' = 0$$
$$2\tan x\sec^2 x - 2\sec^2 x\tan x = 0$$

$\therefore$ $y = \tan x$ حل للمعادلة

**اثبت ان** $2x^2+y^2=1$ **هو حلاً للمعادلة** $y^3y''=-2$

**هل ان** $2x^2+y^2=1$ **هو حلاً للمعادلة** $y^3y''=-2$ **بين ذلك**

sol :

(1/2015"خارج القطر")

$2x^2+y^2=1$

$[4x+2yy'=0]\div 2$

$2x+yy'=0 \quad \rightarrow \quad y'=\frac{-2x}{y} \quad ........(1)$

(2/2016)

$2+y(y'')+y'(y')=0$

(1/218)

$2yy''+(y')^2=0 \quad ........(2)$

(1/2022"احيائي")

$2+yy''+\left(\frac{-2x}{y}\right)^2=0$

$[2+yy''+\frac{4x^2}{y^2}=0]*(y^2)$

ملاحظة/ يمكن للطالب ان يعوض بدل $y^2$ من الخطوة الاولى في الخطوة *

$2y^2+y^3y''+4x^2=0$

$y^3y''=-4x^2-2y^2 \quad ........ *$

$y^3y''=-2(2x^2+y^2) \qquad \because 2x^2+y^2$

$\Rightarrow y^3y''=-2(1)$

$\Rightarrow y^3y''=-2$

$\therefore$ المعادلة $2x^2+y^2=1$ هو حلاً للمعادلة $y^3y''=-2$

**اثبت ان** $y=x\ln x-x$ **احد حلول المعادلة** $x\frac{dy}{dx}=x+y \quad ,x>0$

sol :

$\frac{dy}{dx}=(x)\left(\frac{1}{x}\right)+(\ln x)(1)-1=\ln x$

نقوم بتعويضها بطرفي المعادلة التفاضلية للحصول على طرفين متساويين

(2016/" تمهيدي")

$LHS: x\frac{dy}{dx}=x\ln x$

$RHS: x+y=x+x\ln x-x=x\ln x$

$\because LHS=RHS$

اذن العلاقة المعطاة هي حل للمعادلة التفاضلية

(2018/"تمهيدي") (2/2015 "اسئلة خارج القطر")
( 1/2016 "اسئلة خارج القطر")
( 2017/"تمهيدي")(1/2019)(2/2024)

**هل** $yx=\sin 5x$ **حلاً للمعادلة** $xy''+2y'+25yx=0$ (او)

**بين رتبة ودرجة المعادلة التفاضلية:**
$xy''+2y'+25yx=0$
**ثم بين هل ان** $yx=\sin 5x$ **حلا لها؟**

sol :

المعادلة التفاضلية هي من الرتبة الثانية والدرجة الاولى

$xy''+2y'+25yx=0, \quad yx=\sin 5x$

$y(1)+xy'=5\cos 5x$

$\Rightarrow y'+xy''+y'(1)=-25\sin 5x$

$\Rightarrow xy''+2y'+25\sin 5x=0$

$\Rightarrow xy''+2y'+25yx=0$

$\therefore yx=\sin 5x$ هو حلاً للمعادلة التفاضلية

$xy''+2y'+25yx=0$

**هل ان** $y=x+2$ **حلاً للمعادلة** $y''+3y'+y=5$

sol :

$y''+3y'+y=5 \qquad y=x+2$

$\Rightarrow y'=1 \Rightarrow y''=0$

(3/2017" أسئلة الموصل")

$\therefore LHS=y''+3y'+y$

$=0+3(1)+x+2$

$=3+x+2$

$=x+5\neq 5\neq RHS$

$\therefore y=x+2$ ليس حلاً للمعادلة التفاضلية $y''+3y'+y=5$

**هل ان العلاقة** $y^2=3x^2+x^3$ **تمثل حلاً للمعادلة التفاضلية** $yy''+(y')^2-3x=8$

sol :

(2019/"تمهيدي" تطبيقي")

$y^2=3x^2+x^3$

$2yy'=6x+3x^2$

$\rightarrow [2yy''+y'.2y'=6+6x]\div 2$

$yy''+(y')^2=3+3x$

$\rightarrow yy''+(y')^2-3x=3\neq 8$

الطرف الايمن $\neq$ الطرف الايسر

اذن العلاقة لا تمثل حلاً للمعادلة التفاضلية

**س** هل $y = \sqrt{1-2x^2}$ تمثل حلاً للدالة $y^3\,y'' = -2$ ؟ بين ذلك

sol :

$$y = \sqrt{1-2x^2} = (1-2x^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$y = \frac{-4x}{2\sqrt{1-2x^2}} = \frac{-2x}{\sqrt{1-2x^2}}$$

$$y'' = \frac{-2\left(\sqrt{1-2x^2}\right) - \frac{-2x}{2\sqrt{1-2x^2}}.(-2x)}{1-2x^2}$$

$$= \frac{-2\left(\sqrt{1-2x^2}\right) - \frac{-2x}{\sqrt{1-2x^2}}(-2x)}{1-2x^2}$$

$$= \frac{\frac{-2(1-2x^2)-4x^2}{\sqrt{1-2x^2}}}{1-2x^2}$$

$$\frac{-2+4x^2-4x^2}{(1-2x^2)\sqrt{1-2x^2}} = \frac{-2}{(1-2x^2)y}$$

$$y'' = \frac{-2}{(1-2x^2)y} \to y'' = \frac{-2}{(y^2)(y)}$$

$\therefore y^3y'' = -2$ يمثل حلاً للمعادلة التفاضلية

**طريقة ثانية:**

$y = \sqrt{1-2x^2}$ بتربيع الطرفين

$y^2 = 1-2x^2 \to y^2+2x^2 = 1$

$2yy' = -4x$

$y' = \frac{-4x}{2y} = \frac{-2x}{y}$ ("3/2016"خارج القطر)

$2yy'' + y'(2y') = -4] \div 2$

$yy' + (y')^2 = -2$

$yy'' + (\frac{-2x}{y})^2 = -2$

$yy'' + \frac{4x^2}{y^2} = -2] * y^2$

$y^3y'' + 4x^2 = -2y^2$

$y^3y'' = -4x^2 - 2y^2$

$y^3y'' = -2(2x^2+y^2)$

$y^3y'' = -2(1)$

$\therefore y^3y'' = -2$ يمثل حلاً للمعادلة التفاضلية

**س** هل يمثل $y = x\ln|x| - x$ حلاً للمعادلة التفاضلية

$x\,y' = x + y$

sol :

(2023/"تمهيدي" تطبيقي")

$y = x\ln|x| - x$

(1/2023 " تطبيقي")

$\frac{dy}{dx} = x \cdot \frac{1}{x} + \ln|x|1 - 1 = \ln x$

نقوم بتعويضها بطرفي المعادلة التفاضلية للحصول على طرفين متساويين

( 3/ 2018 )

LHS: $x \cdot y' = x\ln|x|$

RHS: $x + y = x + x\ln|x| - x = x\ln|x|$

$\because$ LHS = RHS

اذن الدالة تمثل حلاً للمعادلة التفاضلية

**س** هل ان $2x^2 - y^2 = 1$ هو حل للمعادلة التفاضلية $y\,y'' + (y')^2 = 2$

sol :

( 3/ 2017 )

("2/2023" تطبيقي")

$2x^2 - y^2 = 1$

$\to [4x - 2y\,y' = 0] \div 2$

$2x - y\,y' = 0$

$2 - (yy'' + y'.y') = 0$

$2 - yy'' - (y')^2 = 0$

$yy'' + (y')^2 = 2$

اذن العلاقة $2x^2 - y^2 = 1$ هي حل للمعادلة التفاضلية

**س** هل $y = \tan x$ حلا للمعادلة $y' = 2y(1+y^2)$

sol :

( 2 / 2022 "احيائي" )

( 3 / 2023 "تكميلي" )

$y = \tan x$

$y' = \sec^2 x$

$y'' = 2\sec x\,(\sec x.\tan x)$

$y'' = 2\sec^2 x.\tan x$

$\because \sec^2 x = 1 + \tan^2 x$

$= 1 + y^2$

$\therefore = 2\tan x\ .\sec^2 x$

$= 2y(1+y^2)$

$\therefore$ العلاقة تمثل حلا للمعادلة التفاضلية

س/ هل ان $yx = \sin 5x$ تمثل حلا للمعادلة التفاضلية $xy'' + 2y' + 25yx = 8$ ؟ بين ذلك .

sol :

( 2/ 2019 )

$$yx = \sin 5x$$
$$y * 1 = x * y' = 5\cos 5x$$
$$y + xy' = 5\cos 5x$$
$$y' + xy'' + y' * 1 = -25\sin 5x$$
$$xy'' + 2y' + 25\sin 5x = 0$$
$$xy'' + 2y' + 25\,yx \neq 8$$

* ∴ العلاقة لاتمثل حلا للمعادلة التفاضلية

ملاحظة :- (*) عليها درجة واحدة

س/ هل ان $y = \frac{\sin x}{1+\cos x}$ تمثل حلا للمعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+\cos x}$ بين ذلك

sol :

( 3/ 2019 )

$$y = \frac{\sin x}{1+\cos x}$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{(1+\cos x)*\cos x - \sin x(-\sin x)}{(1+\cos x)^2}$$
$$= \frac{\cos x + \cos^2 x + \sin^2 x}{(1+\cos x)^2}$$
$$= \frac{1+\cos x}{(1+\cos x)^2}$$
$$= \frac{1}{1+\cos x} = R.H$$

س/ برهن ان العلاقة $s = 8\cos 3t + 6\sin 3t$ هي حلا للمعادلة $\frac{d^2s}{dt^2} + 9s = 0$

sol :

( 1 / 2021 "احيائي" )

$$S = 8\cos 3t + 6\sin 3t$$
$$\frac{ds}{dt} = -24\sin 3t + 18\cos 3t$$
$$\frac{d^2s}{dt^2} = -72\cos 3t - 54\sin 3t$$
$$= -9(8\cos 3t + 6\sin 3t)$$
$$\frac{d^2s}{dt^2} = -9\,s$$
$$\therefore \frac{d^2s}{dt^2} + 9s = -9 + 9s = 0$$

∴ العلاقة $S$ تمثل حلا للمعادلة التفاضلية

س/ اذا كانت $y = x\sin x$ فبرهن ان $y^{(4)} - y + 4\cos x = 0$

sol :

(1/2019"خارج القطر")

$$y = x\sin x$$
$$y^{\backslash} = x\cos x + \sin x * 1$$
$$y^{\backslash\backslash} = -x\sin x + \cos x * 1 + \cos x$$
$$y^{\backslash\backslash} = -x\sin x + 2\cos x$$
$$y^{\backslash\backslash\backslash} = -x * \cos x - \sin x - 2\sin x$$
$$y^{\backslash\backslash\backslash} = -x\cos x - 3\sin x$$
$$y^{(4)} = x\sin x - \cos x - 3\cos x$$
$$y^{(4)} = x\sin x - 4\cos x$$
$$y^{(4)} - y + 4\cos x = 0$$

وهو المطلوب

س/ برهن على ان $y = 3\cos 2x + 2\sin 2x$ هو حلا للمعادلة التفاضلية $y'' + 4y = 0$

sol :

$$y = 3\cos 2x + 2\sin 2x$$
$$y' = 3(-\sin 2x)(2) + 2(\cos 2x)(2)$$
$$y' = -6\sin 2x + 4\cos 2x$$
$$y'' = -6(\cos 2x)(2) + 4(-\sin 2x)(2)$$
$$y'' = -12\cos 2x - 8\sin 2x \quad ..........(*)$$

$\therefore$ L.H.S

(2021/"تمهيدي" تطبيقي")

$$\therefore y'' + 4y$$
$$-12\cos 4x - 8\sin 2x + 4(3\cos 2x + 2\sin 2x)$$
$$\cancel{-12\cos 2x} - \cancel{8\sin 2x} + \cancel{12\cos 2x} + \cancel{8\sin 2x} = 0$$

لايحاسب الطالب على هذه العبارة ∴ تمثل حلا للمعادلة

ملاحظة :- من الخطوة (*) يمكن ان يكمل الطالب

الحل $y'' = -4(3\cos 2x + 2\sin 2x)$

$$y'' = -4y \Rightarrow y'' + 4y = 0$$

س/ هل $y = \tan x$ حلا للمعادلة $y' = 2y(1 + y^2)$

( 2022 / 2 "احيائي" )

sol :

$$y = \tan x$$

$$y' = \sec^2 x$$

$$y'' = 2\sec x\,(\sec x \,.\, \tan x)$$

$$y'' = 2\sec^2 x \,.\, \tan x$$

$$\because \sec^2 x = 1 + \tan^2 x$$

$$= 1 + y^2$$

$$\therefore = 2\tan x \,.\, \sec^2 x$$

$$= 2y(1 + y^2)$$

∴ العلاقة تمثل حلا للمعادلة التفاضلية

س حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{3y^2+e^y}$

sol :

( 2024 /تمهيدي ) ( 1/ 2011 ) ( 1/ 2014 "أسئلة النازحين" ) ( 2 / 2019 "تطبيقي" )

$$\Rightarrow (3y^2 + e^y)dy = \cos x\, dx$$

$$\Rightarrow \int (3y^2 + e^y)dy = \int \cos x dx$$

$$\Rightarrow 3\frac{y^3}{3} + e^y = \sin x + C$$

$$\Rightarrow y^3 + e^y = \sin x + c$$

س حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{3y^2}$

sol :

(1/2011"خارج القطر")

$$\Rightarrow 3y^2 dy = \cos x\, dx$$

$$\Rightarrow \int 3y^2 dy = \int \cos x dx$$

$$\Rightarrow 3\frac{y^3}{3} = \sin x + C$$

$$\Rightarrow y^3 = \sin x + c$$

س حل المعادلة التفاضلية $e^x dx - y^3 dy = 0$

sol :

( 2/ 2011 ) ("2/2023" تطبيقي)

$$e^x dx - y^3 dy = 0$$

$$\Rightarrow y^3 dy = e^x dx$$

$$\Rightarrow \int y^3\, dy = \int e^x\, dx$$

$$\Rightarrow \left(\frac{y^4}{4} = e^x + c_1\right)(4)$$

$$\Rightarrow y^4 = 4e^x + 4c_1$$

يوضع $c = 4c_1$

$$\Rightarrow y^4 = 4e^x + c$$

س حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = (x+1)(y-1)$ حيث $x = 2, y = 2$

sol :

( 2/ 2012 ) (1/2018"خارج القطر") ( 2/ 2024 )

$$\frac{dy}{y-1} = (x+1)dx$$

$$\to \int \frac{dy}{y-1} = \int (x+1)dx$$

$$\ln|1-y| = \frac{1}{2}x^2 + x + c$$

$$\to \ln|1-y| = \frac{1}{2}(4) + 2 + c \quad \to c = -4$$

$$|1-y| = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$$

س حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} + xy = 3$ ، $x = 1, y = 2$

sol :

( 2/ 2013 ) ( 3/ 2014 )

$$\frac{dy}{dx} + xy = 3x$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 3x - xy$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = x(3-y)$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{3-y} = xdx$$

$$\Rightarrow -\int \frac{-dy}{3-y} = \int x\, dx$$

$$\Rightarrow -\ln|3-y| = \frac{x^2}{2} + c \quad , x = 1, y = 2$$

$$-\ln|3-2| = \frac{1}{2} + c$$

$$\Rightarrow -\ln 1 = \frac{1}{2} + c \Rightarrow 0 = \frac{1}{2} + c$$

$$\Rightarrow c = -\frac{1}{2} \quad \therefore \left(-\ln|3-y| = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\right) \quad (-1)$$

$$\ln|3-y| = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x^2 \Longrightarrow |3-y| = e^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x^2}$$

$$\Rightarrow 3 - y = \pm e^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x^2}$$

$$\Rightarrow \therefore y = 3 \pm e^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x^2} = 3 \pm e^{\frac{1}{2}(1-x^2)}$$

جد الحل العام للمعادلة التفاضلية الاتية:

$\tan^2 y\, dy = \sin^3 x\, dx$

sol :

(2023/"تمهيدي" تطبيقي")

$\tan^2 y\, dy = \sin^3 x dx$

$\Rightarrow \int (\sec^2 y - 1)dy = \int \sin x \sin^2 x\, dx$

$\Rightarrow \int (\sec^2 y - 1)dy$

( 2014 /4 "أسئلة الانبار" )

$= \int \sin x\,(1 - \cos^2 x)dx$

$\Rightarrow \int (\sec^2 y - 1)dy = \int (\sin x - \cos^2 x . \sin x\,)\, dx$

$\Rightarrow \tan y - y = -\,cs\,x + \frac{\cos^3 x}{3} + C$

$\Rightarrow \tan y - y = -\cos x + \frac{1}{3}\cos^3 x + C$

جد الحل العام للمعادلة التفاضلية $(x+1)\frac{dy}{dx} = 2y$

sol :

( 2/ 2015 )

$\frac{dy}{y} = 2 = \frac{dx}{x+1} \quad \Rightarrow \quad \int \frac{dy}{y} = 2\int \frac{dx}{x+1}$

$\ln|y| = \ln(x+1)^2 + c$

(2023/تمهيدي "أحيائي")

$\ln|y| - \ln(x+1)^2 = c$

$\ln \frac{|y|}{(x+1)^2} = c \quad \Rightarrow \quad \frac{|y|}{(x+1)^2} = e^c$

("3/2023"تكميلي")

حيث $c_1 = e^c$ ثابت اختباري

$|y| = e^c\,(x+1)^2$

("1/2024"محاولات تطبيقي")

$\therefore y = \pm c_1 (x+1)^2$

جد الحل العام للمعادلة التفاضلية الآتية:

$\sin x \cos y \frac{dy}{dx} + \cos x \sin y = 0$

Sol:

$\sin x \cos y \frac{dy}{dx} + \cos x \sin y = 0$

$\frac{\sin x \cos y}{\sin x \sin y} dy = \frac{-\cos x \sin y}{\sin x \sin y} dx$

$\frac{\cos y}{\sin y} dy = \frac{-\cos x}{\sin x} dx$

( 1/ 2019 )

$\int \frac{\cos y}{\sin y} dy = -\int \frac{\cos x}{\sin x} dx$

$Ln\,|\sin y| = -Ln\,|\sin x| + C$

حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin x}{6y^2 + e^y}$

sol :

$\Rightarrow (6y^2 + e^y)dy = \sin x\, dx$

$\Rightarrow \int (6y^2 + e^y)dy = \int \sin x\, dx$

$\Rightarrow 6\frac{y^3}{3} + e^y = -\cos x + C$

( 3/ 2015 )

$\Rightarrow 2y^3 + e^y = -\cos x + c$

اوجد حل المعادلة التفاضلية $y' - x\sqrt{y} = 0$

عندما $x = 2,\ y = 9$

sol :

( 1/ 2016 )

$y' - x\sqrt{y} = 0$

( 1/ 2017 "أسئلة الموصل" )

$y' = xy^{\frac{1}{2}}$

$\frac{dy}{dx} = xy^{\frac{1}{2}} \quad \Rightarrow \quad y^{-\frac{1}{2}} dy = xdx$

$\int y^{-\frac{1}{2}}\, dy = \int x\, dx$

$2y^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}x^2 + c$

$\because \quad x = 2\ ,\quad y = 9$

$2\sqrt{9} = \frac{1}{2}(2)^2 + c \quad \Rightarrow \quad c = 4$

$\therefore$ الحل هو

$2\sqrt{y} = \frac{1}{2}x^2 + 4$

$y = \left(\frac{1}{4}x^2 + 2\right)^2$

$y = (\frac{1}{4}x^2 + 2\ )^2$ ……………… *

ملاحظة/ الخطوة * اذا لم يكتبها الطالب لا يحاسب

جد الحل العام للمعادلة التفاضلية الاتية:
$xy\frac{dy}{dx}+y^2=1-y^2$

sol :

$$Xy\frac{dy}{dx}+y^2=1-y^2$$

( 1/ 2016 " خارج القطر" )

$$\Rightarrow xy\frac{dy}{dx}=1-2y^2$$

$$\Rightarrow y\frac{dy}{dx}=\frac{1-2y^2}{x}$$

( 2/ 2018 )

$$\Rightarrow \frac{y}{1-2y^2}*\frac{dy}{dx}=\frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{1-2y^2}dy=\frac{dx}{x}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{4}\int\frac{-4ydy}{1-2y^2}=\int\frac{dx}{x}$$

$$\rightarrow -\frac{1}{4}\ln\left|1-2y^2\right|=\ln|x|+c$$

حل المعادلة التفاضلية الاتية : $y'=2e^x y^3$
عند $y=\frac{1}{2}, x=0$

sol :

$$\frac{dy}{dx}=2e^x y^3$$

( 3/ 2016 )

$$\Rightarrow \frac{dy}{y^3}=2e^x dx$$

( 3/ 2019 )

$$\Rightarrow \int y^{-3}\,dy$$

$$=\int 2e^x\,dx$$

$$\frac{y^{-2}}{-2}=2e^x+c \Rightarrow -\frac{1}{2y^2}=2e^x+c \quad ، \quad x=0, y=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2(\frac{1}{4})}=2e^0+c \Rightarrow -2=2(1)+c \Rightarrow c=-4$$

$$\therefore (-\frac{1}{2y^2}=2e^x-4)(-1)$$

$$\Rightarrow (\frac{1}{2y^2}=4-2e^x)(2)$$

$$\frac{1}{y^2}=8-4e^x \Rightarrow y^2\frac{1}{8-4e^x}$$

$$\Rightarrow y=\pm\frac{1}{\sqrt{8-4e^x}}$$

حل المعادلة التفاضلية الاتية $\frac{dy}{dx}=e^{2x+y}$
حيث $x=0, y=0$

sol:

$$\frac{dy}{dx}=e^{2x+y} \qquad x=0 \;,\; y=0$$

( 2/ 2017 )

$$\frac{dy}{dx}=e^{2x}.e^{y}$$

( 1/ 2019"تطبيقي" )

$$\frac{dy}{e^y}=e^{2x}.dx$$

$$-\int -e^{-y}\,dy = \frac{1}{2}\int e^{2x}.2dx$$

$$-e^{y}=\frac{1}{2}e^{2x}+c \qquad \because x=0 \;, y=0$$

$$-e^{0}=\frac{1}{2}e^{0}+c \quad \rightarrow -1=\frac{1}{2}(1)+c$$

$$c=\frac{-3}{2} \quad \rightarrow -e^{-y}=\frac{1}{2}e^{2x}-\frac{3}{2}$$

( 1/ 2023"تطبيقي" )

$$e^{-y}=\frac{1}{2}(3-e^{2x})$$

$$\frac{1}{e^y}=\frac{3-e^{2x}}{2} \quad \rightarrow e^{y}=\frac{2}{3-e^{2x}}$$

حل المعادلة التفاضلية الاتية : $y'x=\cos^2 y$
عند $y=\frac{\pi}{4}, x=1$

sol :

$$y'x=\cos^2 y$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\cos^2 y}{x}$$

( 2018 /"تمهيدي" )

$$\frac{x\,dy}{x\cos^2 y}=\frac{\cos^2 y}{x\cos^2 y}dx$$

$$\frac{1}{\cos^2 y}dy=\frac{1}{x}dx$$

$$\int \sec^2 y\,dy=\int\frac{1}{x}dx$$

$$\tan y=\ln|x|+c$$

$y=\frac{\pi}{4}, x=1$ عند

$$\tan y=\ln|1|+c$$

$$1=0+c \quad \rightarrow c=1$$

$$\therefore \tan y=\ln|x|+1$$

س حل المعادلة التفاضلية: $x\cos^2y\,dx + \tan y\,dy = 0$

sol :

$$x\cos^2y\,dx + \tan y\,dy = 0$$

$$[\tan y\,dy = -x\cos^2y\,dx] \div \cos^2y \neq 0$$

$$\int \frac{\tan y}{\cos^2 y}\,dy = \int -x\,dx$$

$$\int \frac{\sin y}{\cos y}\cdot\frac{1}{\cos^2 y}\,dy = \int -x\,dx$$

$$\int \frac{\sin y}{\cos^3 y}\,dy = \int -x\,dx$$

$$\int \cos^{-3}y\,.\sin y\,dy = \int -x\,dx$$

$$-\frac{\cos^{-2}y}{-2} = \frac{-x^2}{2} + c$$

( "2/ 2021"تطبيقي )

( "3/ 2023"احيائي )

$$\frac{1}{2\cos^2y} = \frac{-1}{2}x^2 + c$$

$$\frac{1}{2}\sec^2y = -\frac{1}{2}x^2 + c$$

$$\sec^2y = -x^2 + 2c$$

طريقة أخرى:

$$x\cos^2y\,dx + \tan y\,dy = 0$$

$$\tan y\,dy = -x\cos^2y\,dx] \div \cos^2y \neq 0$$

$$\int \frac{\tan y}{\cos^2 y}\,dy = \int -x\,dx$$

$$\int \tan y.\sec^2y\,dy = \int -x\,dx$$

$$\left[\frac{\tan^2y}{2} = \frac{-x^2}{2} + c\right].2$$

$$\tan^2y = -x^2 + 2c$$

يمكن الحل بالشكل التالي:

$$\int \tan y\,.\sec y.\sec y\,dy = \int -x\,dx$$

$$\frac{1}{2}\sec^2y = -\frac{1}{2}x^2 + c$$

$$\sec^2y = -x^2 + 2c$$

س جد حل المعادلة التفاضلية $dy = \sin x\cos^2 y\,dx$

حيث $\cos y \neq 0$ , $y \neq (2n+1)\frac{\pi}{2}$

sol :

( "3/ 2019"تطبيقي )

("2/2023" أحيائي)

( "3/ 2023"تطبيقي )

$$[dy = \sin x\cos^2 y\,dx] \div \cos^2 y$$

$$\frac{dy}{\cos^2 y} = \sin x\,dx$$

$$\int \frac{dy}{\cos^2 y} = \int \sin x\,dx$$

$$\int \sec^2 y\,dy = \int \sin x\,dx$$

$$\tan y = -\cos x + C$$

س حل المعادلة التفاضلية الآتية : $\frac{dy}{\sin^3 x} = \frac{dx}{\tan^2 y}$

sol :

( "1/ 2021"تطبيقي )

( "1/ 2023"أحيائي )

$$\int \tan^2 y\,dy = \int \sin^3 x\,dx$$

$$\int(\sec^2 y - 1)\,dy = \int \sin^2 x\,.\sin x\,dx$$

$$\int(\sec^2 y - 1)\,dy = \int(1-\cos^2 x)\sin x\,dx$$

$$\int(\sec^2 y - 1)\,dy = \int(\sin x - \cos^2 x\sin x)dx$$

$$\tan y - y = -\cos x + \frac{1}{3}\cos^3 x + C$$

ملاحظة :- يمكن اضافة ال C الى الطرف الايسر او الايمن

س حل المعادلة التفاضلية: $x\cos^2y\,dx + \tan y\,dy = 0$

sol :

( "2/ 2021"احيائي )

$$\frac{\tan y\,dy}{\cos^2 y} = \frac{-x\cos^2 y}{\cos^2 y}dx$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 y}.\tan y\,dy = \int -x\,dx$$

$$\int \tan y\,.\sec^2y\,dy = \int -x\,dx$$

$$\frac{\tan^2y}{2} = \frac{-x^2}{2} + c$$

جد الحل العام للمعادلة التفاضلية $yy' = 4\sqrt{(1+y^2)^3}$

sol :

$$yy' = 4\sqrt{(1+y^2)^3}$$

$$\left[y\frac{dy}{dx} = 4\,(1+y^2)^{\frac{3}{2}}\right] * (1+y^2)^{\frac{-3}{2}}\,dx$$

$$(1+y^2)^{\frac{-3}{2}}\,y\,dy = 4\,dx$$

$$\frac{1}{2}\int (1+y^2)^{\frac{-3}{2}}\,.\,2y\,dy = \int 4\,dx$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{-1}(1+y^2)^{\frac{-1}{2}} = 4\,x + c$$

( 1/ 2024 )

$$\frac{-1}{(1+y^2)^{\frac{1}{2}}} = 4\,x + c$$

( 1/ 2024"محاولات احيائي" )

$$\frac{-1}{\sqrt{(1+y^2)}} = 4\,x + c$$