20 درجة في الوزاري

1 الاسئلة الوزارية حول "المبرهنات والنتائج"

1 مبرهنة (7) ص 228

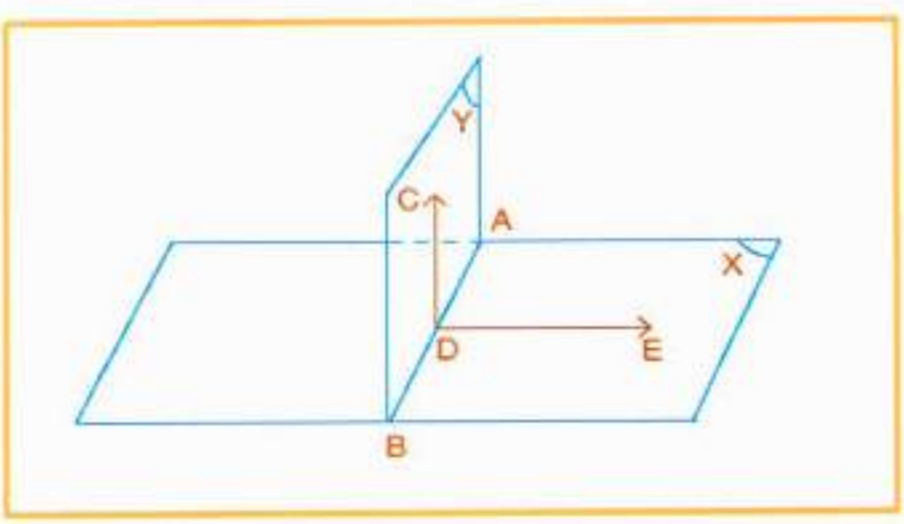
1/2001	2/2013	2017/تمهيدي	1/2017 "اسئلة خارج القطر"	1/2017 "اسئلة الموصل"	
3/2017	3/2018	1/2023 "تطبيقي"	3/2023 "تطبيقي"	1/2024 "محاولات تطبيقي"	2/2024

س/ اذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم في احدهما والعمودي على مستقيم التقاطع يكون عمودياً على المستوي الآخر

sol :

المعطيات:

$(X)\perp(Y),\ (X)\cap(Y)=\overleftrightarrow{AB},\quad \overleftrightarrow{CD}\subset(Y),\overleftrightarrow{CD}\perp\overleftrightarrow{AB}$ في نقطة D



المطلوب اثباته:

$\overleftrightarrow{CD}\perp(X)$

البرهان:

في (X) نرسم $\overleftrightarrow{DE}\perp\overleftrightarrow{AB}$ (في المستوي الواحد يمكن رسم مستقيم وحيد عمودي على مستقيم فيه من نقطة معلومة)

$\overleftrightarrow{CD}\subset(Y),\overleftrightarrow{CD}\perp\overleftrightarrow{AB}$ (معطى)

$\therefore \measuredangle CDE$ عائدة للزاوية الزوجية $(Y)-\overleftrightarrow{AB}-(X)$ (تعريف الزاوية العائدة)

$\therefore m\measuredangle CDE=90^\circ$ (قياس الزاوية الزوجية يساوي قياس الزاوية العائدة لها وبالعكس)

$\therefore \overleftrightarrow{CD}\perp\overleftrightarrow{DE}$ (اذا كان قياس الزاوية بين مستقيمين 90° فان المستقيمين متعامدان وبالعكس)

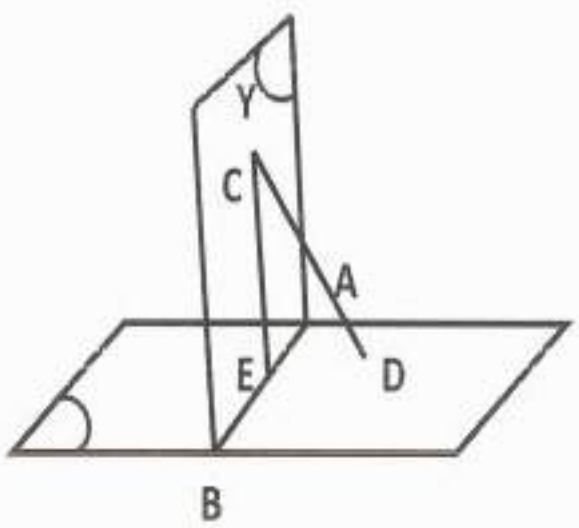
$\therefore \overleftrightarrow{CD}\perp(X)$ (المستقيم العمودي على مستقيمين متقاطعين من نقطة تقاطعهما يكون عمودياً على مستويهما)

و . هـ . م

2 نتيجة مبرهنة (7) ص 229

1/1999	1/2002	1/2005	3/2013	1/2015"اسئلة النازحين"	2/2015	3/2015
2024/تمهيدي						

س/ اذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم من نقطة في احدهما عمودياً على المستوي الآخر يكون محتوى فيه.



المعطيات: $(Y) \perp (x)$ ، $C \in (Y)$ ، $\overleftrightarrow{CD} \perp (x)$

المطلوب إثباته: $\overleftrightarrow{CD} \subset (Y)$

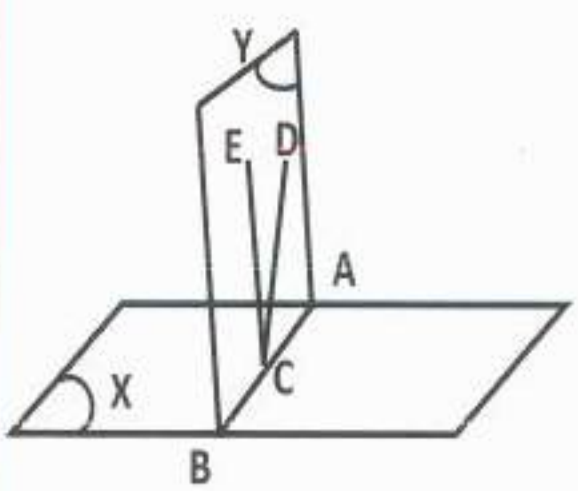
البرهان: ليكن $(X) \cap (Y) = \overleftrightarrow{AB}$

(يتقاطع المستويان بخط مستقيم)

$\overleftrightarrow{AB} \subset (Y), \overleftrightarrow{AB} \subset (x)$ (خط تقاطع مستويين مشترك بينهما)

من C في المستوي (Y) نرسم $\overleftrightarrow{CE} \perp \overleftrightarrow{AB}$

(يمكن رسم مستقيم وحيد عمودي على مستقيم معلوم من نقطة معلومة)



$\overleftrightarrow{CE} \perp (x)$ اذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم في

احدهما والعمودي على مستقيم التقاطع يكون

عمودياً على المستوي الآخر) (مبرهنه 7)

لكن $\overleftrightarrow{CD} \perp (x)$ معطى

$\overleftrightarrow{CE} = \overleftrightarrow{CD}$ يمكن رسم مستقيم وحيد عمودي

على مستو معلوم من نقطة معلومة)

لكن $\overleftrightarrow{CE} \subset (Y)$ بالعمل

$\overleftrightarrow{CD} \subset (Y)$ خواص المساواة

3 مبرهنة (8) ص 229

1/2003	1/2012	1/2016	1/2016 "اسئلة خارج القطر"	1/2017

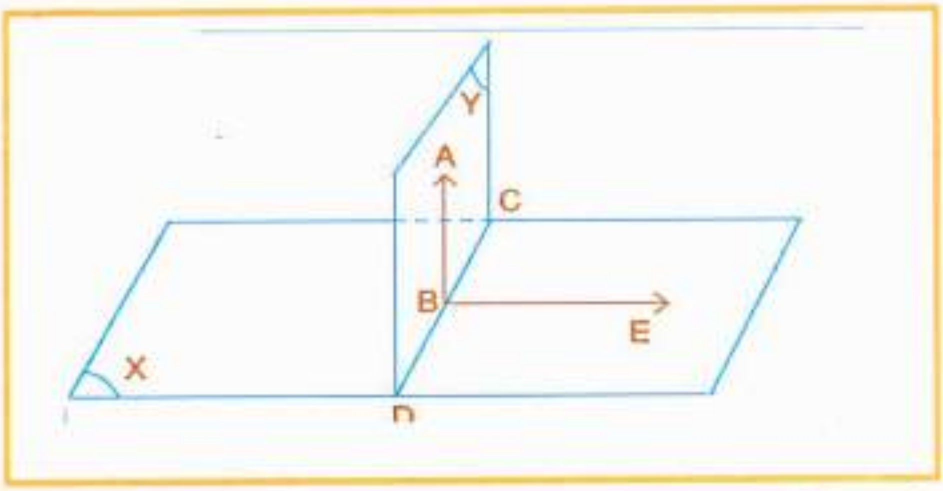
2/2017 "اسئلة خارج القطر"	2/2018	2019/تمهيدي "تطبيقي"	2/2023 "تطبيقي"	1/2024

كل مستوٍ مار بمستقيم عمودي على مستوٍ آخر يكون عمودياً على ذلك المستوي
أو يتعامد المستويان اذا احتوى احدهما على مستقيم عمودي على الآخر

المعطيات:

$\overleftrightarrow{AB} \perp (X)$

$\overleftrightarrow{AB} \subset (Y)$



المطلوب اثباته:

$(Y) \perp (X)$

البرهان:

ليكن $(X) \cap (Y) = \overleftrightarrow{CD}$ (يتقاطع المستويان بخط مستقيم)

$B \in \overleftrightarrow{CD}$ (مستقيم التقاطع يحتوي النقاط المشتركة)

في (X) نرسم $\overleftrightarrow{BE} \perp \overleftrightarrow{CD}$ (في المستوي الواحد يوجد مستقيم وحيد عمودي على مستقيم فيه من نقطة معلومة)

$\because \overleftrightarrow{AB} \perp (X)$ (معطى)

$\therefore \overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}, \overleftrightarrow{BE}$ (المستقيم العمودي على مستوي يكون عمودياً على جميع المستقيمات المحتواة في المستوي والمارة من أثره)

$\because \overleftrightarrow{AB} \subset (Y)$ (معطى)

$\therefore \measuredangle ABE$ عائدة للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{CD}$ (تعريف الزاوية العائدة)

$m \measuredangle ABE = 90^\circ$ (لان $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BE}$)

$\therefore$ قياس الزاوية الزوجية $(Y) - \overleftrightarrow{CD} - (X) = 90^\circ$ (قياس الزاوية الزوجية يساوي قياس الزاوية العائدة لها وبالعكس)

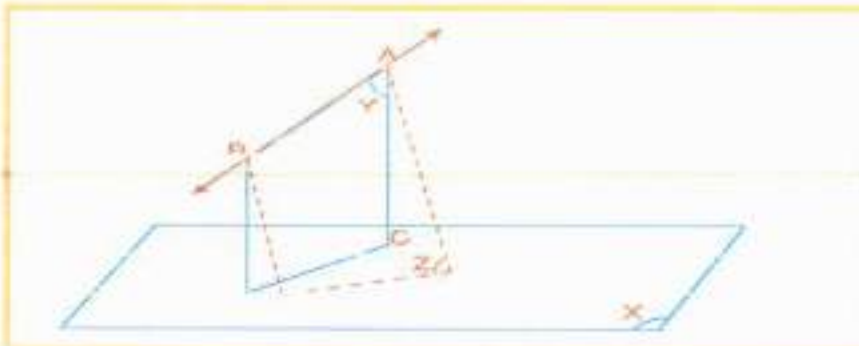
$\therefore (Y) \perp (X)$ (اذا كان قياس الزاوية الزوجية 90° فان المستويين متعامدان وبالعكس)

و.هـ.م

4 مبرهنة (9) ص 230

1/1997	1/2000	2/2003	1/2014	1/2015	3/2016	2018/تمهيدي	2019/تمهيدي	2023/تمهيدي

س/ من مستقيم غير عمودي على مستوٍ معلوم يوجد مستوٍ وحيد عمودي على المستوي المعلوم.



المعطيات:

$\overleftrightarrow{AB}$ غير عمودي على (X)

المطلوب اثباته:

ايجاد مستوٍ وحيد يحوي $\overleftrightarrow{AB}$ وعمودي على (X)

البرهان:

من نقطة (A) نرسم $\overleftrightarrow{AC} \perp (X)$ (يوجد مستقيم وحيد عمودي على مستوٍ معلوم من نقطة لا تنتمي اليه)

$\because$ $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$ متقاطعان

$\therefore$ يوجد مستوٍ وحيد مثل (Y) يحويهما (لكل مستقيمين متقاطعين يوجد مستوٍ وحيد يحويهما)

$\therefore$ $(Y) \perp (X)$ (مبرهنة 8)

وللبرهنة الوحدانية:

ليكن (Z) مستوي اخر يحوي $\overleftrightarrow{AB}$ وعمودي على (X)

$\because$ $\overleftrightarrow{AC} \perp (X)$ (بالبرهان)

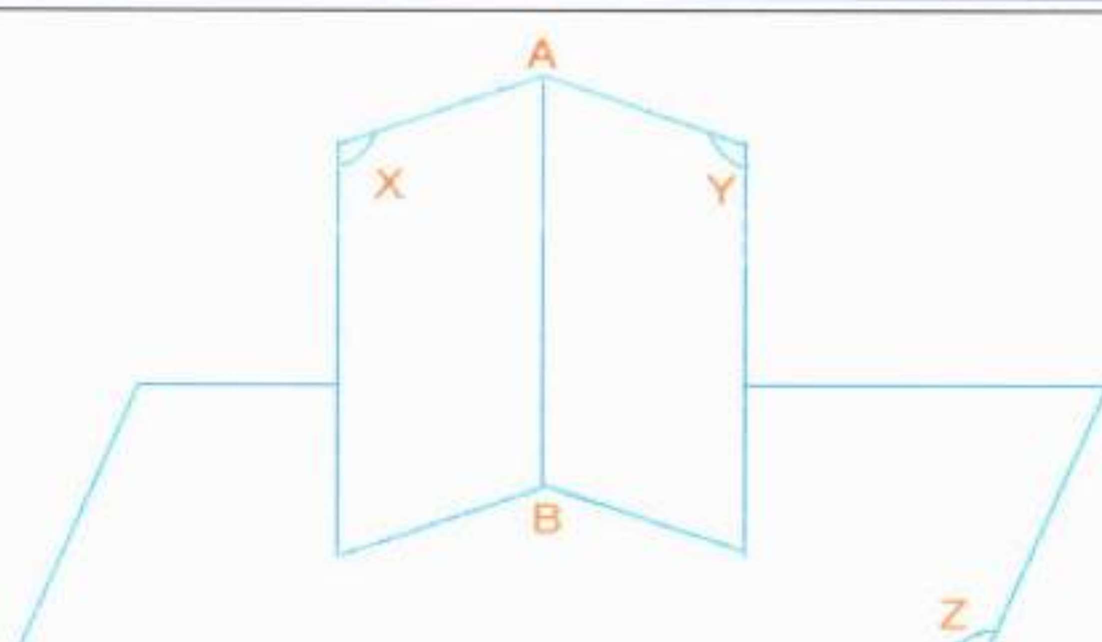
$\therefore$ $\overleftrightarrow{AC} \subset (Z)$ (نتيجة مبرهنة 7)

$\therefore$ $(Y) = (Z)$ (لكل مستقيمين متقاطعين يوجد مستوٍ وحيد يحويهما) و . هـ . م

5 نتيجة مبرهنة (9) ص 231

2/2000	1/2004	2014/تمهيدي	3/2017" اسئلة الموصل"	1/2018" اسئلة خارج القطر"
2/2018" اسئلة خارج القطر"				

س/ اذا كان كل من مستويين متقاطعين عمودياً على مستوٍ ثالث فان مستقيم تقاطعهما يكون عمودياً على المستوي الثالث.



المعطيات:

$(X) \cap (Y) = \overleftrightarrow{AB}$

$(X), (Y) \perp (Z)$

المطلوب اثباته:

$\overleftrightarrow{AB} \perp (Z)$

البرهان:

ان لم يكن $\overleftrightarrow{AB}$ عمودياً على (Z)

لما وجد اكثر من مستوي يحوي $\overleftrightarrow{AB}$ وعمودي على (Z) (مبرهنة 9)

$\therefore$ $\overleftrightarrow{AB} \perp (Z)$

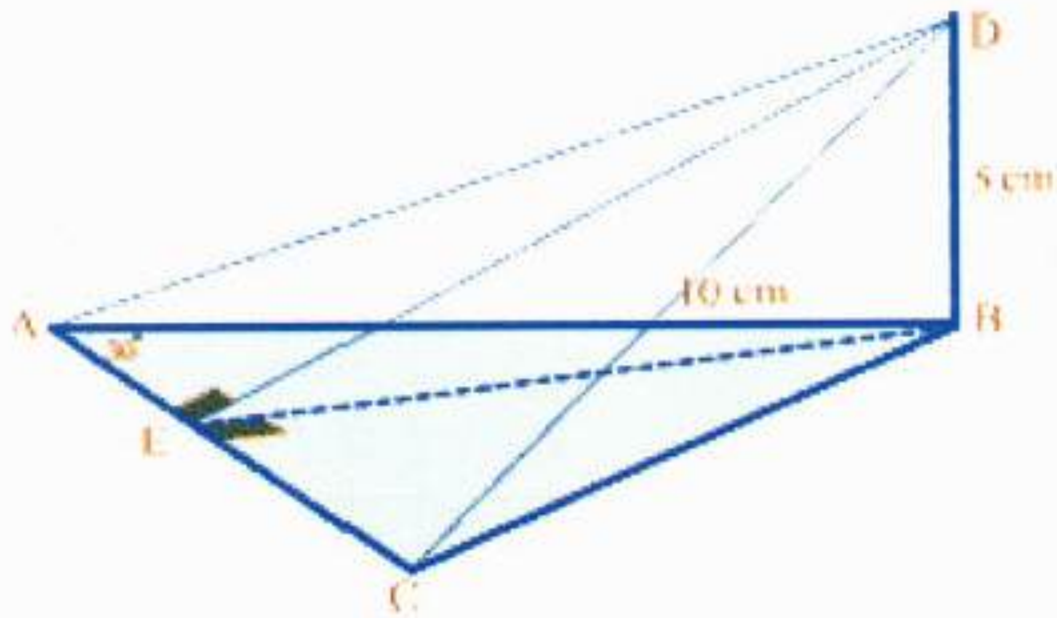
و . هـ . م

2 الاسئلة الوزارية حول" الامثلة"

1 مثال(1) ص232

2/2001	2/2015" اسئلة خارج القطر"	1/2018

مثال - 1 -



في $\triangle ABC$

$\overline{BD} \perp (ABC)$; $m\measuredangle A = 30°$

$AB = 10\ cm$, $BD = 5cm$

جد قياس الزاوية الزوجية $D-\overline{AC}-B$

المعطيات:

$\overline{BD} \perp (ABC)$, $m\measuredangle BAC = 30°$, $AB = 10\ cm$, $BD = 5\ cm$

المطلوب اثباته:

ايجاد قياس الزاوية الزوجية $D-\overline{AC}-B$

البرهان:

في المستوي (ABC) نرسم $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ في نقطة E (في المستوي الواحد يوجد مستقيم وحيد عمودي على آخر من نقطة معلومة)

$\because \overline{BD} \perp (ABC)$ (معطى)

$\therefore \overline{DE} \perp \overline{AC}$ (مبرهنة الاعمدة الثلاثة)

$\Leftarrow \measuredangle DEB$ عائدة للزاوية الزوجية $\overline{AC}$ (تعريف الزاوية العائدة)

$\overline{DB} \perp \overline{BE}$ (المستقيم العمودي على مستوي يكون عموديا على جميع المستقيمات المحتواة في المستوي والمارة من اثره)

$\Leftarrow \triangle DBE$ قائم الزاوية في B

في $\triangle BEA$ القائم الزاوية في E

$$\sin 30° = \frac{BE}{BA} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{BE}{10} \Rightarrow BE = 5cm$$

في $\triangle DBE$ القائم الزاوية في B:

$$\tan(BED) = \frac{5}{5} = 1$$

$\therefore$ قياس $m\measuredangle BED = 45°$

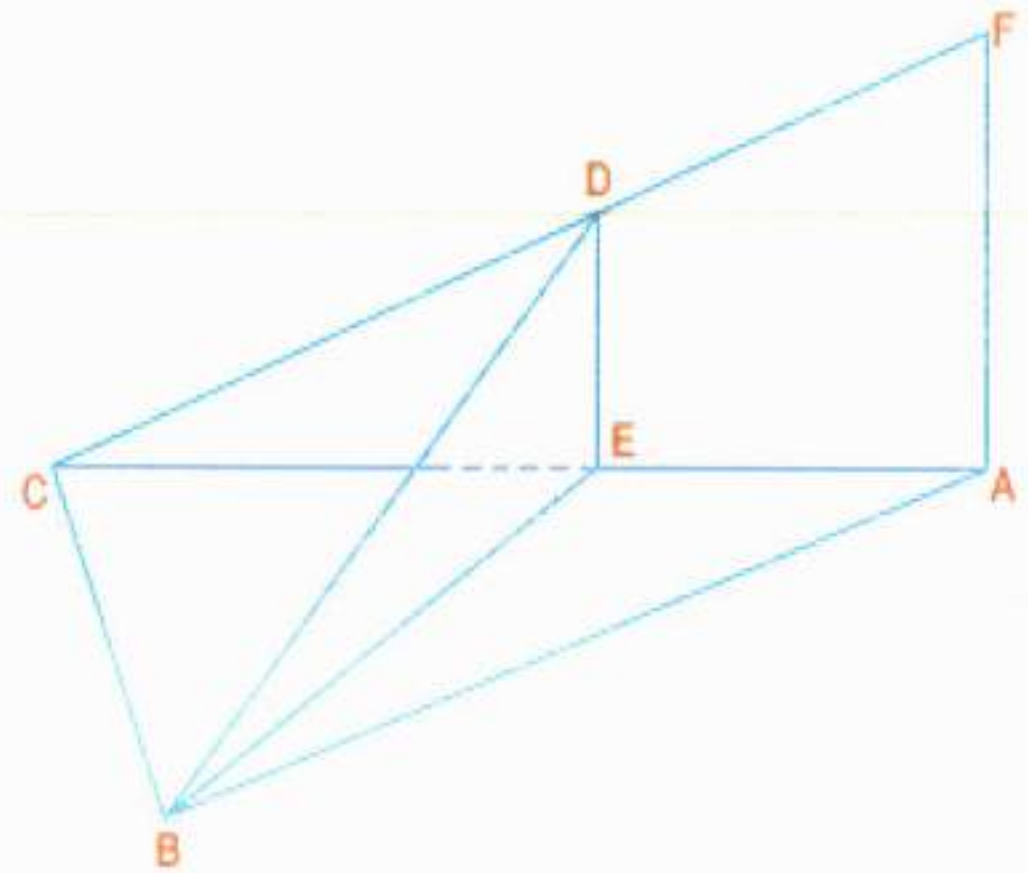
$\therefore$ قياس الزاوية الزوجية $D-\overline{AC}-B = 45°$ (قياس الزاوية الزوجية هو قياس الزاوية العائدة لها وبالعكس)

و . هـ . م

2 مثال(2) ص233

2/2016 | 2023/تمهيدي | 1/2024 | 1/2024 "محاولات تطبيقي"

مثال - 2-



ليكن ABC مثلثاً وليكن

$\overline{AF} \perp (ABC)$

$\overline{BD} \perp \overline{CF}$

$\overline{BE} \perp \overline{CA}$

برهن ان:

$\overline{BE} \perp (CAF)$

$\overline{ED} \perp \overline{CF}$

المعطيات :

$\overline{AF} \perp (ABC), \overline{BE} \perp \overline{CA}, \overline{BD} \perp \overline{CF}$

المطلوب اثباته:

$\overline{DE} \perp \overline{CF}, \overline{BE} \perp (CAF)$

البرهان:

$\because \overline{AF} \perp (ABC)$ (معطى)

$\therefore (CAF) \perp (ABC)$ (مبرهنة 8 :يتعامد المستويان اذا احتوى احدهما على مستقيم عمودي على الآخر)

$\because \overline{BE} \perp \overline{CA}$ (معطى)

$\therefore \overline{BE} \perp (CAF)$ (مبرهنة 7، اذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم في احدهما والعمودي على مستقيم التقاطع يكون عمودياً على الآخر)

$\because \overline{BD} \perp \overline{CF}$ (معطى)

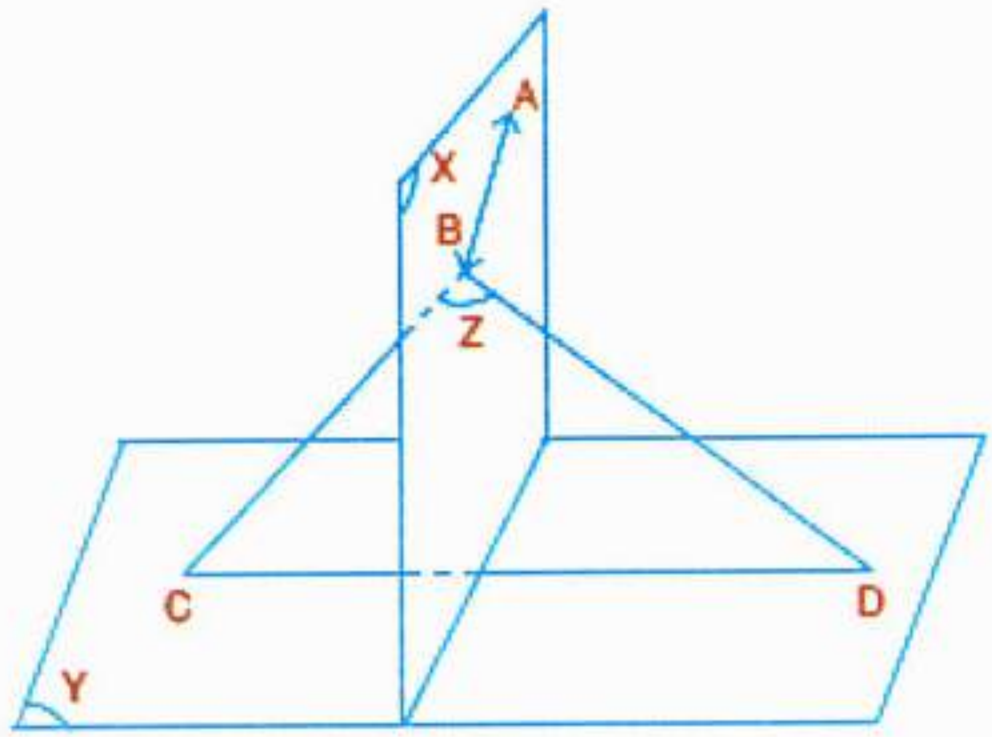
$\therefore \overline{ED} \perp \overline{CF}$ (نتيجة مبرهنة الأعمدة الثلاثة)

و . هـ . م

3 مثال(3) ص234

2/1997	2/2002	2/2012	2015/تمهيدي	1/2015 "خارج القطر"	3/2018	2024/"تمهيدي"
2/2024						

مثال - 3-



$(Y),(X)$ مستويان متعامدان

$\overleftrightarrow{AB} \subset (X)$

$\overleftrightarrow{BC}, \overleftrightarrow{BD}$ عموديان على $\overleftrightarrow{AB}$

ويقطعان (Y) في C,D على الترتيب

برهن ان:

$\overleftrightarrow{CD} \perp (X)$

المعطيات :

إن $(X) \perp (Y)$، $\overleftrightarrow{AB} \subset (X)$، $\overleftrightarrow{BD}$، $\overleftrightarrow{BC}$ عمودين على $\overleftrightarrow{AB}$ ويقطعان (Y) في C,D على الترتيب

المطلوب اثباته:

$\overleftrightarrow{CD} \perp (X)$

البرهان :

ليكن (Z) مستوي المستقيمين المتقاطعين $\overleftrightarrow{BD}$، $\overleftrightarrow{BC}$ (لكل مستقيمين متقاطعين يوجد مستوياً وحيداً يحويهما)

بما ان $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BC}, \overleftrightarrow{BD}$ (معطى)

$\therefore \overleftrightarrow{AB} \perp (Z)$

(المستقيم العمودي على مستقيمين متقاطعين من نقطة تقاطعهما يكون عمودياً على مستويهما)

$\because \overleftrightarrow{AB} \subset (X)$ (معطى)

$\therefore (X) \perp (Z)$ (يتعامد المستويان اذا احتوى احدهما على مستقيم عمودي على الآخر)

$\because (X) \perp (Y)$ (معطى)

ولما كان $(Z) \cap (Y) = \overleftrightarrow{CD}$ (لانه محتوى في كل منهما)

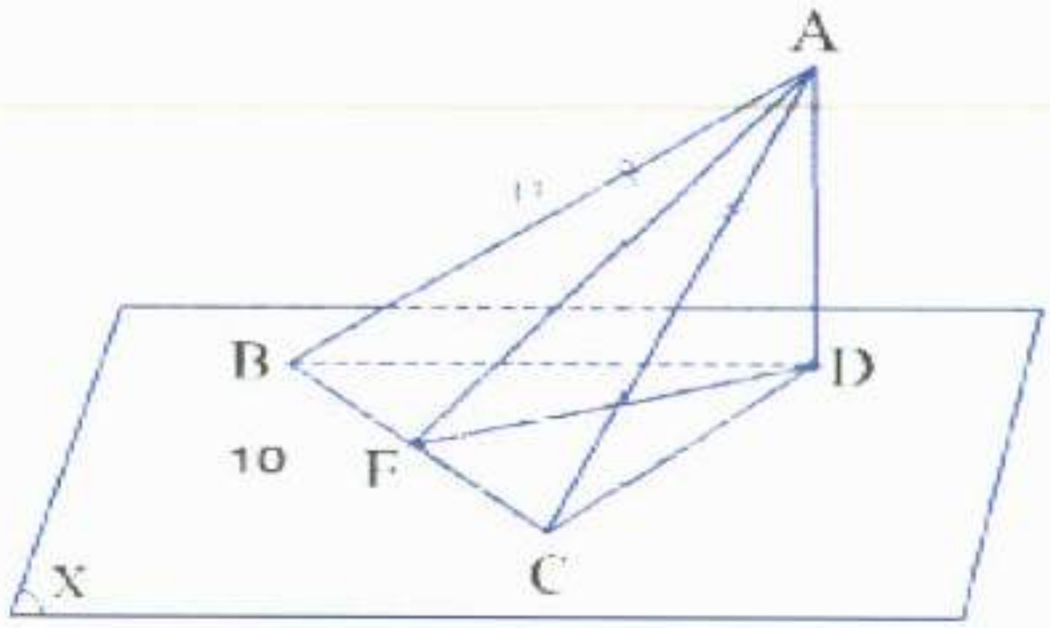
$\therefore \overleftrightarrow{CD} \perp (X)$

(اذا كان كل من مستويين متقاطعين عمودياً على مستوٍ ثالث فان مستقيم تقاطعهما يكون عمودياً على المستوي الثالث)

4 مثال(4) ص238

2/1998 | 1/2016 "اسئلة خارج القطر" | 1/2017 "اسئلة خارج القطر" | 2/2017 "اسئلة خارج القطر"

2/2018 "اسئلة خارج القطر"



ABC مثلث ، $\overline{BC} \subset (X)$
والزاوية الزوجية بين مستوي المثلث
ABC والمستوي (X)
قياسها $60°$ فاذا كان
$AB = AC = 13cm, BC = 10cm$
جد مسقط المثلث (ABC) على (X)
ثم جد مساحة مسقط $\triangle ABC$ على (X)

المعطيات :
$\triangle ABC, \overline{BC} \subset (X)$
قياس $(ABC)-\overline{BC}-(X) = 60°$
$AB = AC = 13, BC = 10$

المطلوب اثباته:
ايجاد مسقط $\triangle ABC$ على (X) وايجاد مساحة مسقط $\triangle ABC$ على (X)

البرهان :
نرسم $\overline{AD} \perp (X)$ في D (يمكن رسم عمود على مستوي من نقطة معلومة)

$\therefore$ $\overline{CD}$ مسقط $\overline{AC}$
$\overline{BD}$ مسقط $\overline{AB}$
$\overline{BC}$ مسقط نفسه على (X)
(مسقط قطعة مستقيم على مستو معلوم هو القطعة المحددة بأثري العمودين المرسومين على المستوي من طرفي القطعة المستقيمة)

$\therefore \triangle BCD$ مسقط $\triangle ABC$ على (X)

في (ABC) نرسم $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ في E (في المستوي الواحد يمكن رسم مستقيم عمود على آخر من نقطة معلومة)

وبما أن $AC = AB$ (معطى)

$\therefore EC = BE = 5cm$ (العمود النازل من راس مثلث متساوي الساقين على القاعدة ينصفها)

$\therefore \overline{ED} \perp \overline{BC}$ (نتيجة مبرهنة الاعمدة الثلاثة)

$\therefore \angle DEA$ عائدة للزوجية $\overline{BC}$ (تعريف الزاوية العائدة)

لكن قياس الزاوية الزوجية $\overline{BC} = 60°$ (معطى)

في $\triangle AEB$ القائم في E :

$$AE = \sqrt{169-25} = \sqrt{144} = 12cm$$

في $\triangle AED$ القائم في D

$$\cos 60° = \frac{ED}{AE} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{ED}{12} \Rightarrow ED = 6cm$$

$$\text{مساحة المثلث } BCD = \frac{1}{2} \times 10 \times 6 = 30cm^2$$

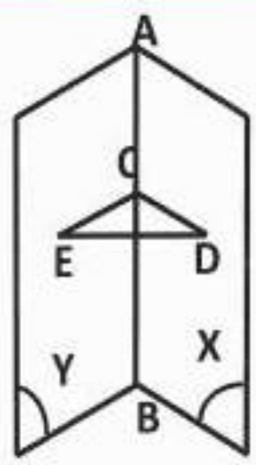
و . هـ . م

3 الاسئلة الوزارية حول " التمارين"

1 الاسئلة الوزارية حول " تمارين(1-6) ص235"

1/2013 | 1/2015 | 1/2017 " اسئلة الموصل" | 3/2023 "تطبيقي"

س/ برهن ان مستوي الزاوية المستوية العائدة لزاوية زوجية يكون عمودياً على حرفها.



المعطيات: $\measuredangle CDE$ هي الزاوية المستوية العائدة

للزوجية $(Y) - \overline{AB} - (x)$

المطلوب إثباته: $\overleftrightarrow{AB} \perp (CDE)$

البرهان: $\overleftrightarrow{CD} \perp \overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD} \subset (X)$ تعريف الزاوية المستوية

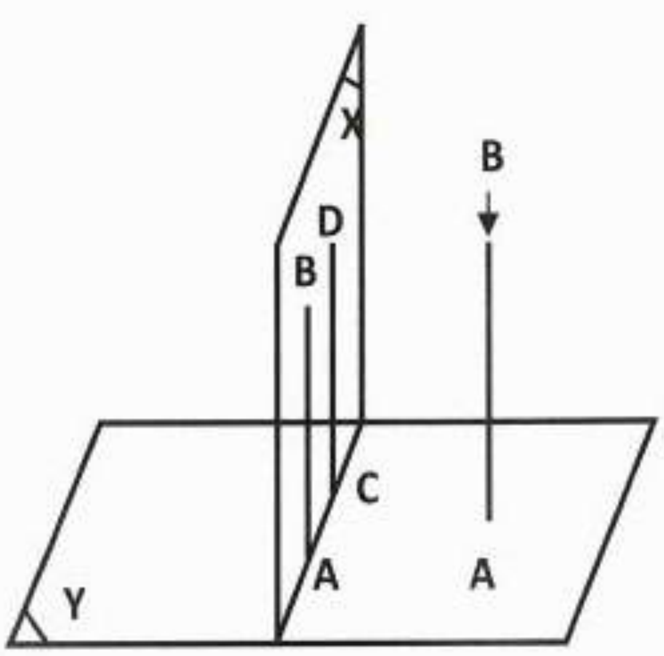
$\overleftrightarrow{CE} \perp \overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CE} \subset (Y)$ العائدة للزاوية الزوجية

$\therefore (CDE) \perp \overleftrightarrow{AB}$

جميع الأعمدة المقامة على مستقيم معلوم من نقطة تنتمي اليه يحتويها مستو واحد عمودي على ذلك المستقيم من تلك النقطة.

3/2016 " اسئلة خارج القطر"

س/ برهن انه اذا وازى مستقيم مستوياً وكان عمودياً على مستو آخر فان المستويين متعامدان.



المعطيات: $\overleftrightarrow{AB} // (X)$ ، $\overleftrightarrow{AB} \perp (Y)$

المطلوب إثباته: $(X) \perp (Y)$

البرهان: $\overleftrightarrow{AB} // (X)$

أما $\overleftrightarrow{AB} \subset (X) \Leftarrow (X) \perp (Y)$

يتعامد المستويان اذا احتوى احدهما على مستقيم عمودي على الآخر (مبرهنة 8)

أو $\overleftrightarrow{AB} \cap (X) = \emptyset$

لتكن $DE(X)$ من نقطة D نرسم $\overleftrightarrow{DC} // \overleftrightarrow{AB}$ (عبارة التوازي)

بما ان $\overleftrightarrow{AB} // (X)$ (معطى) $\Leftarrow \overleftrightarrow{DC} \subset (X)$ (اذا وازى المستقيم مستويا معلوماً فالمستقيم المرسوم من نقطة المستوي المعلوم موازياً للمستقيم المعلوم يكون محتوى فيه)

لكن $\overleftrightarrow{AB} \perp (Y)$ (معطى) $\overleftrightarrow{DC} \perp (Y)$ (المستوي العمودي على احد مستقيمين متوازيين يكون عمودياً على الاخر)

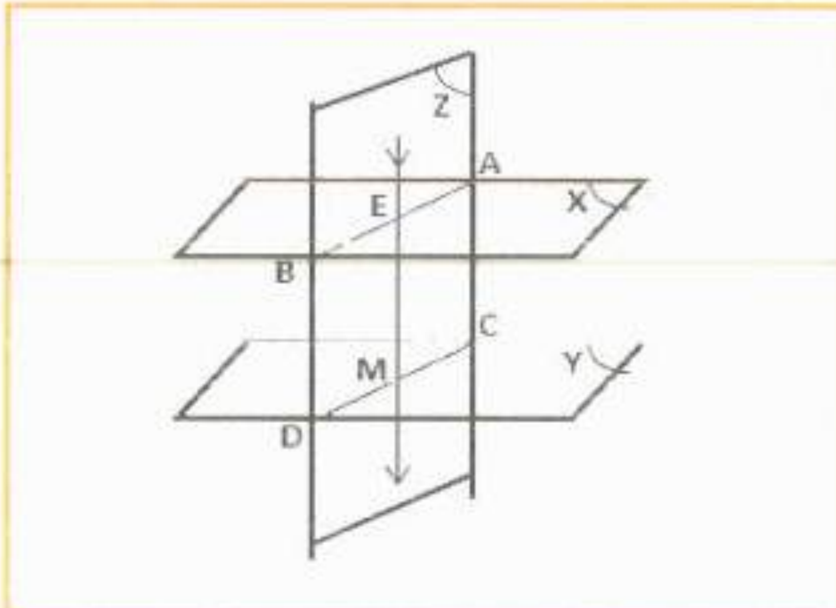
أصبح لدينا $\overleftrightarrow{DC} \subset (X), \overleftrightarrow{DC} \perp (Y)$

$(X) \perp (Y)$ (يتعامد المستويان اذا احتوى احدهما على مستقيم عمودي على الأخر)

و. هـ. م

2/2014 | 1/1998

س/ برهن ان المستوي العمودي على احد مستويين متوازيين يكون عمودي على الأخر أيضاً.



المعطيات/ $(Z) \perp (X), (x)//(Y)$

المطلوب إثباته $(Z) \perp (Y)$

البرهان/ بما ان $(Z) \perp (X)$

∴ (Z) يقطع (X) (التعامد هو حالة من حالات التقاطع)

ليكن $(Z) \cap (X) = \overleftrightarrow{AB}$

لتكن $E \in \overleftrightarrow{AB}$ نرسم $\overleftrightarrow{EM} \subset (Z)$ ، $\overleftrightarrow{EM} \perp \overleftrightarrow{AB}$

(في المستوي الواحد يوجد مستقيم وحيد عمودي على مستقيم معلوم من نقطة تنتمي اليه)

بما ان $(Z) \perp (X)$ معطى

∴ $\overleftrightarrow{EM} \perp (X)$ (اذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم في احدهما عمودي على مستقيم التقاطع يكون عمودياً على الاخر)

بما ان $(x)//(Y)$ معطى

∴ $\overleftrightarrow{EM} \perp (Y)$ (المستقيم العمودي على احد مستويين متوازيين يكون عمودياً على الاخر أيضاً)

$(Z) \perp (Y)$ (كل مستو مار بمستقيم عمودي على مستو معلوم يكون عمودياً على المستوي المعلوم) و. هـ. م

2/2016" اسئلة خارج القطر" | 2/2017" اسئلة الموصل"

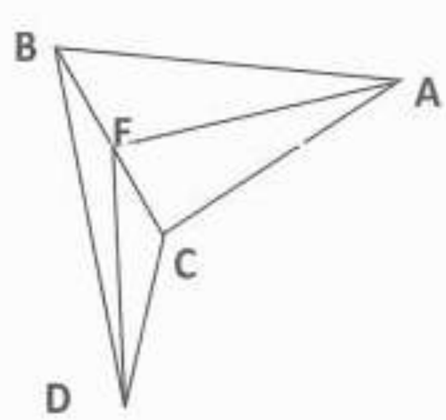
س/ A, B, C, D اربع نقط ليست في مستو واحد بحيث AB= AC , $E \in \overline{BC}$ فأذا كانت ∢ AED عائدة للزاوية الزوجية A-$\overline{BC} - D$ برهن ان $\overline{BDCD} =$

المعطيات/ A, B, C, D اربع نقط ليست في مستو واحد

$E \in \overleftrightarrow{BC}$, $\overline{ACAB} =$

∢ AED عائدة للزاوية الزوجية A-$\overleftrightarrow{BC} - D$

المطلوب أثباته/ $\overline{BDCD} =$



البرهان/ ∢ AED عائدة للزاوية الزوجية A-$\overleftrightarrow{BC} - D$

$AE \perp BC, DE \perp BC$ من (تعريف الزاوية المستوية العائدة)

المثلثان القائمان ABE, ACE

$\overline{ACAB} =$ معطى

$\overline{AE}$ ضلع مشترك

$\measuredangle AEB = \measuredangle AEC$ قوائم

∴ $\triangle ABE \equiv \triangle ACE$ (بتطابق المثلثان)

ومن التطابق ينتج $\overline{CEBE} =$ (تتساوى الاجزاء المتناظرة من الاشكال المتطابقة)

المثلثان القائمان BDE, DCE

$\overline{BE}$ $\overline{CE} =$ بالبرهان

$\overline{DE}$ضلع مشترك

$\measuredangle BED = \measuredangle CED$ قوائم

∴ $\triangle BED \equiv \triangle CED$ (بتطابق المثلثان)

ومن التطابق ينتج $\overline{BECD} =$ (تتساوى الاجزاء المتناظرة من الاشكال المتطابقة) و. هـ. م

2/2003

س/ برهن انه اذا وازى كل من مستقيمين متقاطعين مستويا معلوماً وكان عمودي على مستويين متقاطعين فان مستقيم تقاطع المستويين المتقاطعين يكون عمودياً على المستوي المعلوم.

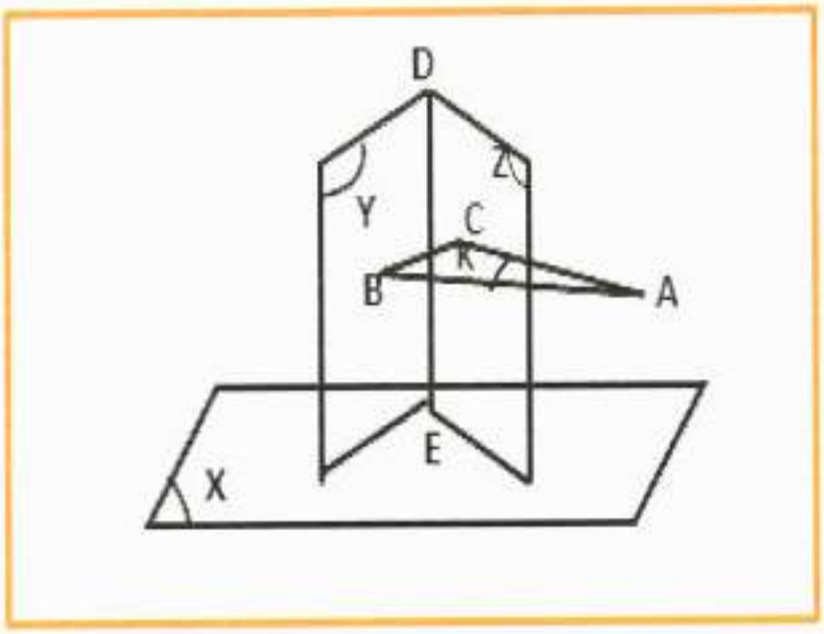
المعطيات/ (x) مستوي معلوم $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{AC} \parallel (X)$

AB يقطع AC

$(Y) \cap (Z) = \overleftrightarrow{DE}$

$\overleftrightarrow{AB} \perp (Y), \overleftrightarrow{AC} \perp (Z)$

المطلوب أثباته/ $\overleftrightarrow{DE} \perp (x)$



البرهان/ ليكن (K) يحتوي المستقيمين $\overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{AB}$ (لكل مستقيمين متقاطعين يوجد مستو وحيد يحتويهما)

$\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{AC} \parallel (X)$ (معطى)

$\therefore (K) \parallel (X)$ (اذا وازى كل من مستقيمين متقاطعين مستوياً معلوماً فان مستويهما يوازي المستوي المعلوم)

$\overleftrightarrow{AB} \perp (Y), \overleftrightarrow{AC} \perp (Z)$ (معطى)

$\therefore (K) \perp (Y)$ (كل مستو مار بمستقيم عمودي على مستو

$(K) \perp (Z)$ معلوم يكون عموديا على المستوي المعلوم)

$\therefore \overleftrightarrow{DE} \perp (K)$ (إذا كان كل من مستويين متقاطعين عمودياً على مستوى معلوم فأن مستقيم تقاطعهما يكون عمودياً على المستوي المعلوم)

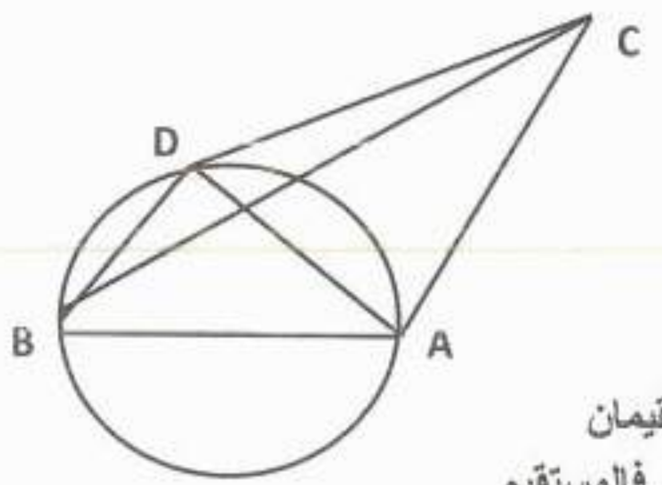
$(K) \parallel (X)$ بالبرهان

$\therefore \overleftrightarrow{DE} \perp (x)$ (المستقيم العمودي على احد مستوين متوازيين يكون عمودي على الآخر)

و. هـ. م

1/2023 "تطبيقي"

س/ دائرة قطرها $\overline{AC}, \overline{AB}$ عمودي على مستويها D نقطة تنتمي للدائرة برهن ان (CDA) عمودي على (CDB)



المعطيات: $\overline{AB}$ قطر الدائرة ، $\overline{AC}$عمودي على مستويها D نقطة من نقط الدائرة

المطلوب إثباته: (CDA) ⊥ (CDB)

البرهان: $\overline{AC}$عمودي على مستوي الدائرة

$\therefore \overline{AC} \perp (ABD)$

$\overline{AD} \perp \overline{BD}$ (الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة تكون قائمة)

$\overline{CD} \perp \overline{BD}$ (مبرهنة الأعمدة الثلاثة اذا رسم من نقطة تنتمي إلى مستوي مستقيمان أحدهما عمودي على المستوي والأخر عمودي على مستقيم معلوم في المستوي فالمستقيم الواصل بين أي نقطة من نقاط العمود على المستوي ونقطة تلاقي المستقيم يكون عمودياً على المستقيم المعلوم)

أصبح لدينا $\overline{CD} \perp \overline{BD}$ (بالبرهان)

$\overline{BD} \perp (CDA)$ (المستقيم العمودي على مستقيمين متقاطعين من نقطة تقاطعهما يكون عموديا على مستويهما عند تلك النقطة)

$\overline{BD} \subset (CDB)$

$(CDB) \perp (CDA)$ (كل مستوى مار بمستقيم عمودي على مستو آخر يكون عمودياً على ذلك المستوي)

أي ان:

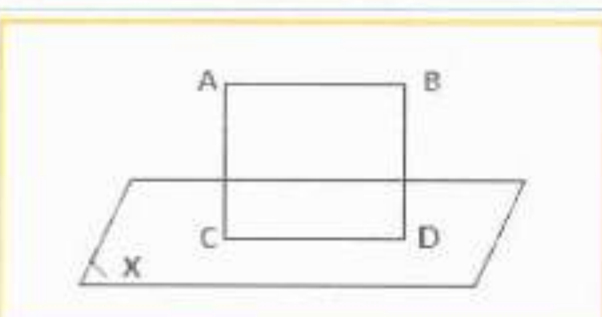
$(CDA) \perp (CDB)$

و. هـ. م

2 الاسئلة الوزارية حول " تمارين(2-6) ص240"

2/2011	1/2014	2/2015 " اسئلة خارج القطر"	1/2016	2017/تمهيدي
2/2017 " اسئلة الموصل"	1/2018	2/2023 "تطبيقي"		

س/ برهن ان طول قطعة المستقيم الموازي لمستو معلوم يساوي طول مسقطه على المستوي المعلوم ويوازيه.



المعطيات: $\overline{AB}//(X)$

المطلوب اثباته: مسقط $\overline{AB}$ على (x) يوازي$\overline{AB}$ ويساويه بالطول.

البرهان:

نرسم من A,B عمودين على (x) وليكن أثر العمودين C,D على الترتيب

$\therefore \overline{CD}$ مسقط $\overline{AB}$ على (x) (مسقط قطعة مستقيمة على مستو هو قطعة مستقيم واصلة بين أثري للعمودين المرسومين على المستوي من طرفي القطعة)

$\therefore \overline{AB}//\overline{BD}$ (المستقيمان العمودان على مستو واحد متوازيان)

$\overline{AB}//(X)$ معطى

(المطلوب الأول) $\therefore \overline{AB}//\overline{CD}$ (اذا توازى مستقيمان فالمستوي المار بأحدهما فقط يكون موازي للمستقيم الآخر)

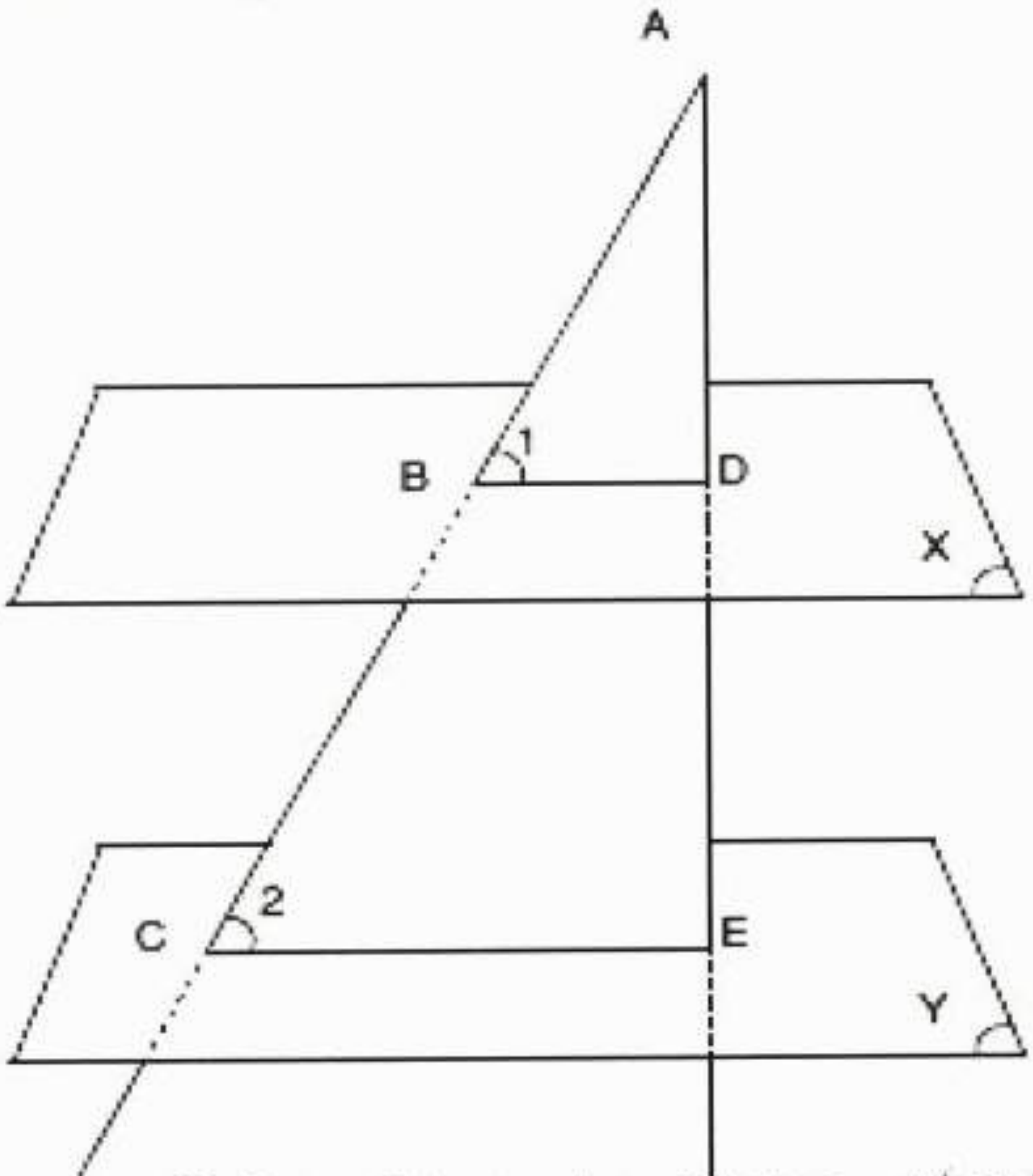
$\therefore$ الشكل ABCD متوازي أضلاع (لتوازي كل ضلعين متقابلين فيه)

(المطلوب الثاني) $\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$ تتساوى الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع

1/1996	2/2000	2/2007	2/2012	1/2015"اسئلة النازحين"	3/2016
2019/تمهيدي	2019/تمهيدي"تطبيقي"				

س/ برهن انه اذا قطع مستويان متوازيان بمستقيم فان ميله على أحدهما يساوي ميله على الآخر.

س2/ برهن أن إذا قطع مستويان متوازيان بمستقيم فان ميله على أحدهما يساوي ميله على الآخر.



المعطيات : $(Y)//(X)$, $\overline{AC}$ يقطع (X) في نقطة B ويقطع (Y) في نقطة C

المطلوب : ميل $\overline{AC}$ على (X) = ميل $\overline{AC}$ على (Y)

البرهان : نرسم $\overline{AD} \perp (X)$ (يمكن رسم مستقيم وحيد عمودي على مستوي من نقطة معلومة) اذن $\overline{AD} \perp (Y)$ في E

(المستقيم العمودي على احد مستويين متوازيين يكون عمودياً على الاخر)

$\therefore$ $\overline{DB}$ هو مسقط $\overline{AB}$ على (X)

$\overline{EC}$ هو مسقط $\overline{AC}$ على (Y) (تعريف مسقط قطعة مستقيم)

$\measuredangle 1$ هي زاوية ميل $\overline{AB}$ على (X) (زاوية الميل : هي الزاوية المحددة بالمائل ومسقطه على المستوي)

$\measuredangle 2$ هي زاوية ميل $\overline{AC}$ على (Y)

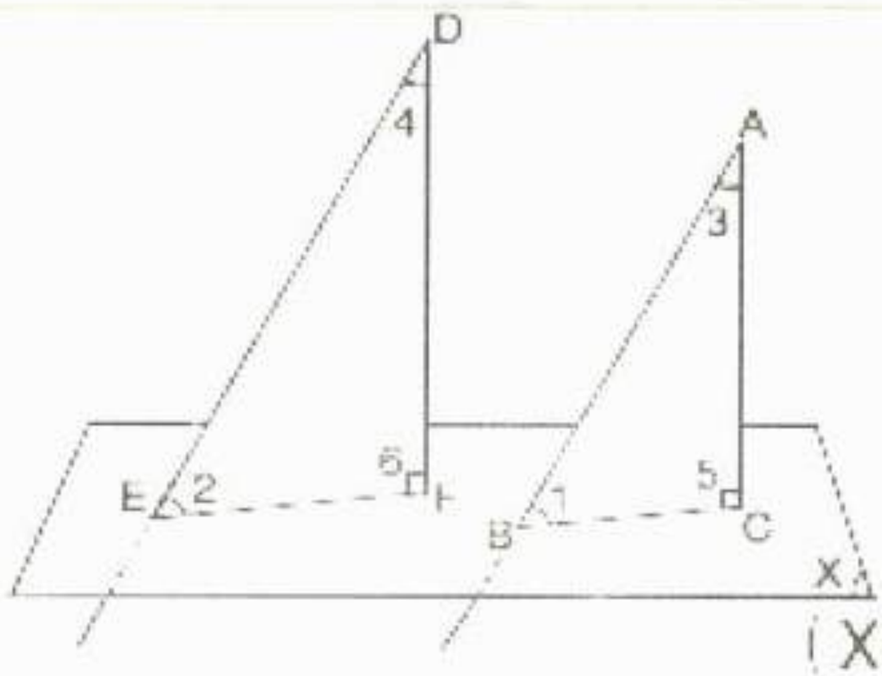
$m\measuredangle 1 = m\measuredangle 2$ (مناظرة)

$\therefore$ ميل $\overline{AC}$ على (X) = ميل $\overline{AC}$ على (Y) (و.هـ.م)

2/2002 | 2/2011 | 3/2013 | 2/2016 "اسئلة خارج القطر" | 2/2018

س/ برهن على أن للمستقيمات المتوازية المائلة على مستو الميل نفسه

س3 / برهن على أن للمستقيمات المتوازية المائلة على مستو الميل نفسه .



المعطيات : $\overline{AB} \,//\, \overline{DE}$

$\measuredangle 1$ هي زاوية ميل $\overline{AB}$ على (X)

$\measuredangle 2$ هي زاوية ميل $\overline{DE}$ على (X)

المطلوب : $m\measuredangle 1 = m\measuredangle 2$

البرهان : $\because$ $\measuredangle 1$ ، $\measuredangle 2$ هما زاويتي ميل $\overline{AB}$ ، $\overline{DE}$

$\therefore$ $\overline{BC}$ مسقط $\overline{AB}$ على (X) (زاوية ميل مستقيم على مستوي هي الزاوية المحددة بالمائل ومسقطه على المستوي)

$\overline{EF}$ مسقط $\overline{DF}$ على (X)

$\therefore \overline{AC} \perp (X), \overline{DF} \perp (X)$

$\overline{AC} \perp \overline{BC}, \overline{DF} \perp \overline{EF}$

(المستقيم العمودي على مستوي يكون عموديا على جميع المستقيمات المرسومة من اثره في ذلك المستوي)

$\therefore m\measuredangle 5 = m\measuredangle 6$ (قوائم)

$\overline{AB} \,//\, \overline{DE}$ (معطى)

$\overline{AC} \,//\, \overline{DF}$ (المستقيمان العموديان على مستو واحد متوازيان)

(اذا وازى ضلعا زاوية اخرى تساوي قياسيهما)

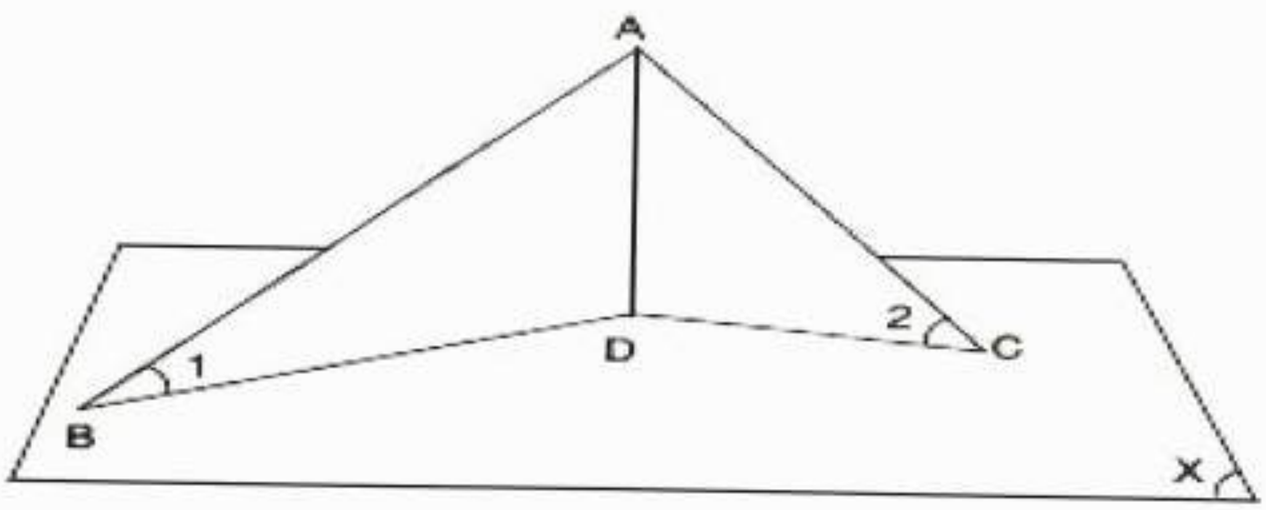
$\therefore m\measuredangle 3 = m\measuredangle 4$

$\therefore m\measuredangle 1 = m\measuredangle 2$ (لان مجموع زوايا المثلث 180°) (و.هـ.م)

لم يرد سابقا لكن مهم

س/ برهن على انه اذا رسم مائلان مختلفان في الطول من نقطة لا تنتمي إلى مستو معلوم فان أطولهما تكون زاوية ميله على المستوي اصغر من زاوية ميل الأخر عليه.

س4 : برهن على انه إذا رسم مائلان مختلفان في الطول من نقطة لا تنتمي الى مستو معلوم فان أطولهما تكون زاوية ميله على المستوي أصغر من زاوية ميل الآخر عليه .



المعطيات : $\overline{AC}, \overline{AB}$ مائلان على (X) ، $AB > AC$

المطلوب : زاوية ميل $\overline{AB}$ على (X) أصغر من زاوية ميل $\overline{AC}$ على (X)

البرهان : نرسم $\overline{AD} \perp (X)$

(يمكن رسم عمود واحد فقط على مستو من نقطة معلومة)

فيكون $\overline{BD}$ هو مسقط $\overline{AB}$ على (X)

$\overline{CD}$ هو مسقط $\overline{AC}$ على (X)

(مسقط قطعة مستقيم غير عمودي على مستوي هو قطعة المستقيم الواصلة بين أثري العمودين المرسومين من طرفي القطعة على المستوي)

$\measuredangle 1$ هي زاوية ميل $\overline{AB}$ على (X)

$\measuredangle 2$ هي زاوية ميل $\overline{AC}$ على (X)

(زاوية الميل : هي الزاوية المحدده بالمائل ومسقطه على المستوي)

$\because AB > AC$ (معطى)

$\frac{1}{AB} < \frac{1}{AC}$ (خواص التباين)

$\frac{AD}{AB} < \frac{AD}{AC}$

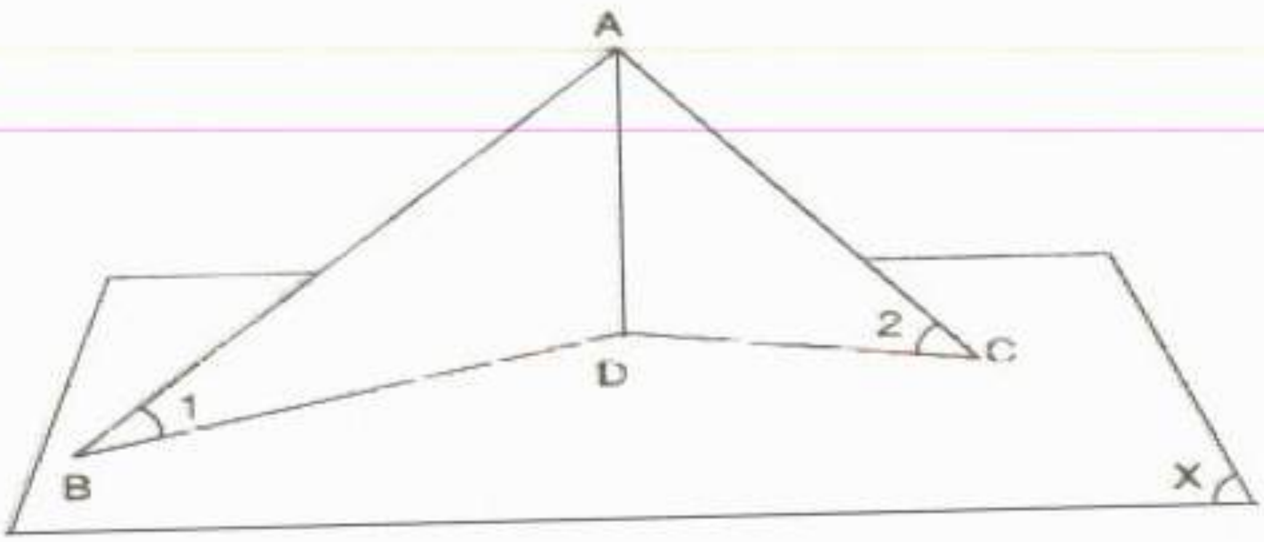
$\sin\measuredangle 1 < \sin\measuredangle 2$ $\measuredangle 1$, $\measuredangle 2$ زوايا حادة

$\therefore m\measuredangle 1 < m\measuredangle 2$ (و.هـ.م)

2018/تمهيدي	3/2017"اسئلة الموصل"	2013/تمهيدي	2/1999

س/ برهن على انه اذا رسم مائلان من نقطة ما إلى مستو فاصغرهما ميلاً هو الأطول.

س5/ برهن على أنه إذا رسم مائلان من نقطة ما الى مستو فاصغرهما ميلا هو الاطول .



المعطيات : $\overline{AC}, \overline{AB}$ مائلان على (X)

$\measuredangle 1$ هي زاوية ميل $\overline{AB}$ على (X)

$\measuredangle 2$ هي زاوية ميل $\overline{AC}$ على (X)

$m\measuredangle 1 < m\measuredangle 2$

المطلوب : $AB > AC$

البرهان :

$\because \measuredangle 1$ ، $\measuredangle 2$ هما زاويتي ميل $\overline{AC}, \overline{AB}$ على (X) على الترتيب

$\therefore$ $\overline{BD}$ هو مسقط $\overline{AB}$ على (X)

$\overline{CD}$ هو مسقط $\overline{AC}$ على (X)

(زاوية ميل مستقيم على مستوي هي الزاوية المحدده بالمائل ومسقطه على المستوي)

$\therefore \overline{AD} \perp (X)$ نرسم

(مسقط قطعة مستقيم غير عمودية على مستوي هي قطعة المستقيم المحدده بين أثري العمودين المرسومين من طرفي تلك القطعة على المستوي)

$\therefore \overline{AD} \perp \overleftrightarrow{BD}, \overleftrightarrow{CD}$

(المستقيم العمودي على مستوي يكون عموديا على جميع المستقيمات المرسومة من أثره في ذلك المستوي)

$\because m\measuredangle 1 < m\measuredangle 2$ (معطى)

$\therefore \sin\measuredangle 1 < \sin\measuredangle 2$

$$\frac{AD}{AB} < \frac{AD}{AC} \Rightarrow \frac{1}{AB} < \frac{1}{AC} \Rightarrow AB > AC$$ (خواص التباين)

(هـ . م .)